



УКРАЇНА

(19) UA (11) 54392 (13) U
(51) МПК (2009)
G01N 21/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІ

ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

видається під
відповідальність
власника
патенту

(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЗАЛОМЛЕННЯ І ТОВЩИН ШАРІВ ПРОЗОРОЇ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ З ДОВІЛЬНИМ ЧИСЛОМ ШАРІВ

1

2

(21) u201004517

(22) 19.04.2010

(24) 10.11.2010

(46) 10.11.2010, Бюл.№ 21, 2010 р.

(72) КУШНІР ОЛЕГ ПАВЛОВИЧ

(73) ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

(57) 1. Спосіб визначення показників заломлення і товщин шарів прозорої плоскопаралельної структури, що включає вимірювання спектральної залежності коефіцієнта відбивання світла $R(\omega)$ в слабодисперсійній ділянці спектра при нормальному падінні світла на поверхню структури та визначення показників заломлення і товщин шарів досліджуваної структури, який відрізняється тим,

що на основі аналізу функції $\frac{1}{1-R(\omega)}$ визначають

невідомі параметри G_i , A_i ($i=1,2,\dots$), де коефіцієнт відбивання світла $R(\omega)$ вимірюють у вибраному інтервалі значень оберненої довжини хвилі

$\omega_1 < \omega < \omega_2$ (1)

лише при одній товщині верхнього шару.

2. Спосіб за п. 1, який відрізняється тим, що параметри G_i та A_i визначають шляхом поступового звуження діапазонів можливих для них значень, починаючи з діапазонів $0 < G_i < G^{\max}$ та

$-1 < A_i < 1$, де значення G^{\max} вибирається дещо більшим за максимально можливе значення сумарної оптичної товщини всіх шарів Δ_{\max} .

3. Спосіб за п. 2, який відрізняється тим, що при зміні параметра G_i в межах діапазону $0 < G_i < G_i^{\max}$ визначають крайні значення $G_{i,0}'$, $G_{i,0}''$ вужчого діапазону $G_{i,0}' < G_i < G_{i,0}''$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Xi_i(\omega)$ в інтервалі (1), де:

$$\Xi_i(\omega) = \Theta_i(\omega) + \frac{1}{16\pi^2 G_i^2} \frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2},$$

$\frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2}$ - числове значення другої похідної від

функції $\Theta_i(\omega)$, яка для першого кроку рівна

$$\Theta_i(\omega) = \frac{1}{1-R(\omega)}.$$

4. Спосіб за пп. 2, 3, який відрізняється тим, що при зміні параметра G_i в межах діапазону

$G_{i,j-1}' < G_i < G_{i,j-1}''$ ($j=1,2,\dots$) визначають крайні

значення $G_{i,j}'$, $G_{i,j}''$ вужчого діапазону

$G_{i,j}' < G_i < G_{i,j}''$, в якому спостерігається найменша

кількість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах ін-

тервалу (1), де $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ - числове значення похід-

ної j -ого порядку від функції $\Xi_i(\omega)$.

5. Спосіб за пп. 2-4, який відрізняється тим, що процедуру звуження діапазону можливих значень параметра G_i при поступовому збільшенні цілого

числа j припиняють на тому кроці, коли кількість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зменшуватися

при зміні параметра G_i , і визначають значення цього параметра як $G_i = (G_{i,j}' + G_{i,j}'')/2$.

6. Спосіб за пп. 2-5, який відрізняється тим, що при зміні параметра A_i в межах діапазону

$-1 < A_i < 1$ визначають крайні значення $A_{i,0}'$, $A_{i,0}''$

вужчого діапазону $A_{i,0}' < A_i < A_{i,0}''$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Theta_{i+1}(\omega)$ в інтервалі (1), де

$$\Theta_{i+1}(\omega) = \Theta_i(\omega) - A_i \cos(4\pi G_i \omega). \quad (2)$$

7. Спосіб за пп. 2-6, який відрізняється тим, що при зміні параметра A_i в межах діапазону

$A_{i,j-1}' < A_i < A_{i,j-1}''$ ($j=1,2,\dots$) визначають крайні

(13) U

(11) 54392

(19) UA

значення $A'_{i,j}$, $A''_{i,j}$ вужчого діапазону $A'_{i,j} < A_i < A''_{i,j}$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів похідної j -ого порядку $\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах інтервалу (1).

8. Спосіб за пп. 2-7, який **відрізняється** тим, що процедуру звуження діапазону можливих значень параметра A_i при поступовому збільшенні цілого числа j припиняють на тому кроці, коли кількість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зменшуватися при зміні параметра A_i , і визначають значення цього параметра як $A_i = (A'_{i,j} + A''_{i,j}) / 2$.

9. Спосіб за пп. 2-8, який **відрізняється** тим, що після знаходження параметрів G_i та A_i , а також функції $\Theta_{i+1}(\omega)$ (2), визначають параметри G_{i+1} та A_{i+1} і функцію $\Theta_{i+2}(\omega)$, а умовою того, що всі необхідні параметри G_i та A_i ($i = 1, 2, \dots, u$) визначені, буде умова різкого зменшення амплітуди розмаху $\Delta \Theta_{u+1}$ в порівнянні із амплітудою розмаху $\Delta \Theta_1$,

де: $\Delta \Theta_i = \Theta_i^{\max} - \Theta_i^{\min}$;

$i = 1, 2, \dots, u$;

$\Theta_i^{\max, \min}$ - максимальне і мінімальне значення функції $\Theta_i(\omega)$ в інтервалі (1).

10. Спосіб за пп. 2-9, який **відрізняється** тим, що знайдені параметри G_i будуть рівні оптичним товщинам шарів

$$\Delta_j = d_j n_j, \quad (3)$$

де: $j = 1, 2, \dots, k$;

k - кількість шарів досліджуваної структури;

d_j і n_j - товщина і показник заломлення j -го шару; або абсолютним значенням сум чи різниць цих оптичних товщин;

і для того, щоб визначити всі значення Δ_j , потрібно серед знайдених параметрів G_i вибрати максимальне значення G^{\max} , а також k значень G'_j , сума яких буде рівна цьому максимальному значенню $G^{\max} = \sum_{j=1}^k G'_j = \sum_{j=1}^k \Delta_j$, а самі ці значення G'_j

будуть рівні одній із шуканих оптичних товщин Δ_j .

11. Спосіб за пп. 2-10, який **відрізняється** тим, що визначають коефіцієнти $S_{i,j,w}$, які рівні одному з трьох чисел: -1, 0, 1 так, щоб задовольнялись співвідношення

$$G_i = \left| \sum_{j=1}^k S_{i,j,w} \Delta_{j,w} \right|, \quad (4)$$

де: $\Delta_{j,w}$ - всі можливі перестановки серед параметрів G'_j ;

w - номер перестановки $w = 1, 2, \dots, k!$;

$k!$ - число всіх перестановок.

12. Спосіб за пп. 2-11, який **відрізняється** тим, що за допомогою коефіцієнтів $S_{i,j,w}$ визначають можливі значення френелівських коефіцієнтів відбивання $r_{v,v+1}$ ($v = 0, 1, \dots, k$) для всіх одинарних меж розділу даної структури за допомогою наступних співвідношень:

$$r_{v,v+1} = \tanh \left(\frac{\arctan h(Xz_x) - \arctan h(Y_{v,w} z_{Y,v})}{2} \right), \quad (5)$$

де: z_x і $z_{Y,v}$ можуть приймати одне з двох значень: 1 або -1,

$$X = \sqrt{\left[B - 1 + \sum_{i=1}^u A_i \right] / \left[B + \sum_{i=1}^u A_i \right]}; \quad (6)$$

$$Y_{v,w} = \sqrt{\left[B - 1 + \sum_{i=1}^u p_{i,v,w} A_i \right] / \left[B + \sum_{i=1}^u p_{i,v,w} A_i \right]}; \quad (7)$$

$$p_{i,0,w} = 1 - 2|s_{i,1,w}|;$$

$$p_{i,v,w} = 1 - 2|s_{i,v,w}| - |s_{s,v+1,w}|, \quad \text{якщо } 0 < v < k; \quad (8)$$

$$p_{i,k,w} = 1 - 2|s_{i,k,w}|;$$

$$B = (\Theta_{u+1}^{\max} + \Theta_{u+1}^{\min}) / 2. \quad (9)$$

13. Спосіб за пп. 2-12, який **відрізняється** тим, що за допомогою виразів для френелівських коефіцієнтів відбивання:

$$r_{v,v+1} = \frac{n_v - n_{v+1}}{n_v + n_{v+1}} \quad (\text{для } s\text{-поляризації}) \quad i$$

$$r_{v,v+1} = \frac{n_{v+1} - n_v}{n_{v+1} + n_v} \quad (\text{для } p\text{-поляризації}) \quad \text{визначають}$$

всі можливі групи показників заломлення:

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1 - r_{v,v+1})}{1 + r_{v,v+1}} \quad (\text{для } s\text{-поляризації}) \quad i$$

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1 + r_{v,v+1})}{1 - r_{v,v+1}} \quad (\text{для } p\text{-поляризації}), \quad \text{які відпо-}$$

відають різним можливим значенням величин z_x , $z_{Y,v}$ і w .

14. Спосіб за пп. 2-13, який **відрізняється** тим, що для кожної можливої групи показників заломлення визначають товщини d_j на основі рівняння (3), як

$$d_j = \frac{\Delta_j}{n_j}, \quad i \quad \text{визначають ту групу показників залом-}$$

лення і товщин шарів, для якої розрахований спектр відбивання буде найкраще узгоджуватися з експериментальним спектром.

Корисна модель відноситься до оптики, зокрема до способів визначення параметрів діелектричних плівок.

Відомий спосіб визначення показників заломлення і товщин шарів прозорої плоскопаралельної структури, згідно з яким вимірюють спектральну залежність коефіцієнта відбивання при нормальному падінні світла на поверхню структури [I. Fränz, W. Langheinrich. The investigation of double layers in semiconductor technology. Solid-State Electronics, 13, (1970) 807-814]. Однак, цей спосіб може бути застосований лише для двошарового покриття на підкладці з відомим показником заломлення. Крім того, необхідним є використання багатьох спектрів відбивання при різних товщинах верхнього шару, які потрібно змінювати шляхом його хімічного травлення.

В основу корисної моделі поставлене завдання створення способу визначення показників заломлення і товщин шарів прозорої плоскопаралельної структури з довільним числом шарів з використанням лише одного спектру відбивання, який за рахунок нових дій дозволив би однозначно і з високою точністю визначити ці параметри.

Поставлене завдання вирішується тим, що у способі визначення показників заломлення і товщин шарів прозорої плоскопаралельної структури, що включає вимірювання спектральної залежності коефіцієнта відбивання світла $R(\omega)$ в слабодисперсійній ділянці спектру при нормальному падінні світла на поверхню структури та визначення показників заломлення і товщин шарів досліджуваної структури, згідно з корисною моделлю, на основі аналізу функції $\frac{1}{1-R(\omega)}$ визначають невідомі па-

раметри $G_i, A_i (i = 1, 2, \dots)$, де коефіцієнт відбивання світла $R(\omega)$ вимірюють у вибраному інтервалі значень оберненої довжини хвилі

$$\omega_1 < \omega < \omega_2 \quad (1)$$

лише при одній товщині верхнього шару.

Поставлене завдання вирішується також тим, що параметри G_i та A_i визначають шляхом поступового звуження діапазонів можливих для них значень, починаючи з діапазонів $0 < G_i < G^{\max}$ та $-1 < A_i < 1$, де значення G^{\max} вибирається дещо більшим за максимально можливе значення сумарної оптичної товщини всіх шарів Δ_{\max} .

Поставлене завдання вирішується також тим, що при зміні параметру G_i в межах діапазону $0 < G_i < G^{\max}$ визначають крайні значення $C'_{i,0}$, $C''_{i,0}$ вужчого діапазону $C'_{i,0} < G_i < C''_{i,0}$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Xi_i(\omega)$ в інтервалі (1), де:

$$\Xi_i(\omega) = \Theta_i(\omega) + \frac{1}{16\pi^2 G_i^2} \frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2},$$

$\frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2}$ числове значення другої похідної від

функції $\Theta_i(\omega)$, яка для першого кроку рівна

$$\Theta_i(\omega) = \frac{1}{1-R(\omega)}.$$

Поставлене завдання вирішується також тим, що при зміні параметру G_i в межах діапазону

$C'_{i,j-1} < G_i < C''_{i,j-1} (j = 1, 2, \dots)$ визначають крайні значення $C'_{i,j}$, $C''_{i,j}$ вужчого діапазону

$C'_{i,j} < G_i < C''_{i,j}$, в якому спостерігається найменша

кількість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах ін-

тервалу (1), де $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ числове значення похідної

j -ого порядку від функції $\Xi_i(\omega)$.

Поставлене завдання вирішується також тим, що процедуру звуження діапазону можливих значень параметра G_i при поступовому збільшенні цілого числа j припиняють на тому кроці, коли кіль-

кість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зме-

ншуватися при зміні параметру G_i і визначають значення цього параметру як $G_i = (G'_{i,j} + G''_{i,j})/2$.

Поставлене завдання вирішується також тим, що при зміні параметру A_i в межах діапазону

$-1 < A_i < 1$ визначають крайні значення $A'_{i,0}$, $A''_{i,0}$

вужчого діапазону $A'_{i,0} < A_i < A''_{i,0}$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Theta_{i+1}(\omega)$ в інтервалі (1), де

$$\Theta_{i+1}(\omega) = \Theta_i(\omega) - A_i \cos(4\pi G_{i,0}). \quad (2)$$

Поставлене завдання вирішується також тим, що при зміні параметру A_i в межах діапазону

$A'_{i,j-1} < A_i < A''_{i,j-1} (j = 1, 2, \dots)$ визначають крайні

значення $A'_{i,j}$, $A''_{i,j}$ вужчого діапазону

$A'_{i,j} < A_i < A''_{i,j}$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів похідної j -ого порядку

$\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах інтервалу (1).

Поставлене завдання вирішується також тим, що процедуру звуження діапазону можливих значень параметра A_i при поступовому збільшенні цілого числа j припиняють на тому кроці, коли кіль-

кість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зменшуватися при зміні параметру A_i і визнача-

ють значення цього параметру як $A_i = (A'_{i,j} + A''_{i,j})/2$.

Поставлене завдання вирішується також тим, що після знаходження параметрів G_i та A_i , а також функції $\Theta_{i+1}(\omega)$ (2), визначають параметри G_{i+1} та A_{i+1} і функцію $\Theta_{i+2}(\omega)$, а умовою того, що всі необхідні параметри G_i та A_i ($i = 1, 2, \dots, u$) визначені, буде умова різкого зменшення амплітуди розмаху $\Delta\Theta_{u+1}$ в порівнянні із амплітудою розмаху $\Delta\Theta_1$,

$$\text{де: } \Delta\Theta_i = \Theta_i^{\max} - \Theta_i^{\min};$$

$$i = 1, 2, \dots, u;$$

$\Theta_i^{\max, \min}$ - максимальне і мінімальне значення функції $\Theta_i(\omega)$ в інтервалі (1). Поставлене завдання вирішується також тим, що знайдені параметри G_i , будуть рівні оптичним товщинам шарів

$$\Delta_j = d_j n_j; \quad (3)$$

$$\text{де: } j = 1, 2, \dots, k;$$

k - кількість шарів досліджуваної структури;

$d_j n_j$ - товщина і показник заломлення j -го шару;

або абсолютним значенням сум чи різниць цих оптичних товщин;

і для того, щоб визначити всі значення Δ_j , потрібно серед знайдених параметрів G_i вибрати максимальне значення G^{\max} , а також k значень G'_j , сума яких буде рівна цьому максимальному

$$\text{значенню } G^{\max} = \sum_{j=1}^k G'_j = \sum_{j=1}^k \Delta_j, \text{ а самі ці значення}$$

G'_j будуть рівні одній із шуканих оптичних товщин Δ_j .

Поставлене завдання вирішується також тим, що визначають коефіцієнти $S_{i,j,w}$, які рівні одному з трьох чисел: -1, 0, 1 так, щоб задовольнялись співвідношення

$$G_i = \left| \sum_{j=1}^k S_{i,j,w} \Delta_{j,w} \right|, \quad (4)$$

де: $\Delta_{j,w}$ - всі можливі перестановки серед параметрів G'_j ;

$$w - \text{номер перестановки } w = 1, 2, \dots, k!;$$

$$k! - \text{число всіх перестановок.}$$

Поставлене завдання вирішується також тим, що з допомогою коефіцієнтів $S_{i,j,w}$ визначають можливі значення френелівських коефіцієнтів відбивання $r_{v,v+1}$ ($v = 0, 1, \dots, k$) для всіх одинарних меж розділу даної структури з допомогою наступних співвідношень:

$$r_{v,v+1} = \tanh \left(\frac{\arctanh(Xz_x) - \arctanh(Y_{v,w}z_{Y,v})}{2} \right), \quad (5)$$

де: z_x і $z_{Y,v}$ можуть приймати одне з двох значень: 1 або -1

$$X = \sqrt{\left[B - 1 + \sum_{i=1}^u A_i \right] / \left[B + \sum_{i=1}^u A_i \right]}; \quad (6)$$

$$Y_{v,w} = \sqrt{\left[B - 1 + \sum_{i=1}^u p_{i,v,w} A_i \right] / \left[B + \sum_{i=1}^u p_{i,v,w} A_i \right]}; \quad (7)$$

$$p_{i,0,w} = 1 - 2|s_{i,1,w}|;$$

$$p_{i,v,w} = 1 - 2|s_{i,v,w}| - |s_{s,v+1,w}|, \text{ якщо } 0 < v < k; \quad (8)$$

$$p_{i,k,w} = 1 - 2|s_{i,k,w}|$$

$$B = (\Theta_{u+1}^{\max} + \Theta_{u+1}^{\min}) / 2. \quad (9)$$

Поставлене завдання вирішується також тим, що з допомогою виразів для френелівських коефіцієнтів відбивання:

$$r_{v,v+1} = \frac{n_v - n_{v+1}}{n_v + n_{v+1}} \quad (\text{для } s\text{-поляризації}) \quad i$$

$$r_{v,v+1} = \frac{n_{v+1} - n_v}{n_{v+1} + n_v} \quad (\text{для } p\text{-поляризації}) \text{ визначають}$$

всі можливі групи показників заломлення:

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1 - r_{v,v+1})}{1 + r_{v,v+1}} \quad (\text{для } s\text{-поляризації}) \quad i$$

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1 - r_{v,v+1})}{1 + r_{v,v+1}} \quad (\text{для } p\text{-поляризації}), \text{ які від-}$$

повідають різним можливим значенням величин z_x , $z_{Y,v}$ і w .

Поставлене завдання вирішується також тим, що для кожної можливої групи показників заломлення визначають товщини d_j на основі рівняння

$$(3), \text{ як } d_j = \frac{\Delta_j}{n_j} \text{ і визначають ту групу показників}$$

заломлення і товщин шарів, для якої розрахований спектр відбивання буде найкраще узгоджуватися з експериментальним спектром.

Визначення параметрів G_i та A_i , які пов'язані з показниками заломлення і товщинами шарів досліджуваної структури, дозволяє знайти ці невідомі показники заломлення і товщини на основі лише одного спектру відбивання для структури з довільним числом шарів, не вимагає руйнування структури і потребує технічно простого експериментального вимірювання спектральної залежності коефіцієнта відбивання.

Запропонована корисна модель ілюструється малюнками. На Фіг.1 суцільною кривою зображено залежність функції $\Theta_1(\omega) = \frac{1}{1 - R(\omega)}$ від оберненої

довжини хвилі ω в інтервалі $0.5 - 0.9 \mu\text{м}^{-1}$ для р-поляризації, побудованої на основі експериментальної залежності коефіцієнта відбивання $R(\omega)$; пунктирною кривою зображено залежність функції

$\frac{1}{1-R(n_{0,1,2,2}, d_{1,2}, \omega)}$ від оберненої довжини хвилі ω , порахованої на основі групи показників заломлення шарів і їхніх товщин $n_1 = 2.53, d_1 = 2\text{мкм}, n_2 = 3.27, d_2 = 1\text{мкм}, n_3 = 4.12$, яка являє собою розв'язок задачі; штрихпунктирною кривою зображено залежність, визначеної з допомогою запропонованого способу, функції $\Theta_{u+1}(\omega)$ від оберненої довжини хвилі ω , з допомогою якої на основі (9) був визначений параметр $B = 1.276$. На Фіг.2 і Фіг.3 показано залежність функції $\Xi_1(\omega) = \Theta_1(\omega) + \frac{1}{16\pi^2 G_1^2} \frac{\partial^2 \Theta_1(\omega)}{\partial \omega^2}$ та на Фіг.4 Фіг.5 її першої похідної $\frac{\partial \Xi_1(\omega)}{\partial \omega}$ від оберненої довжини хвилі ω , зменшення числа екстремумів яких дозволяє поступово звужувати інтервал можливих значень параметра G_1 :

на Фіг.2 суцільна крива - $G_1 = 6.92 \times 10^3 \text{ нм}$,
пунктирна крива - $G_1 = 7.45 \times 10^3 \text{ нм}$;

на Фіг.3 суцільна крива - $G_1 = 11.23 \times 10^3 \text{ нм}$,
пунктирна крива - $G_1 = 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$;

$$\alpha'_1 = 2r_{0,1}r_{2,3}, \quad g_1 = \Delta_1 + \Delta_2 = d_1n_1 + d_2n_2, \quad \alpha'_2 = 2r_{0,1}r_{1,2} \left(1 + r_{2,3}^2 \right), \quad g_2 = \Delta_1 = d_1n_1,$$

$$\alpha'_3 = 2r_{1,2}r_{2,3}^2 \left(1 + r_{0,1}^2 \right), \quad g_3 = \Delta_2 = d_2n_2, \quad \alpha'_4 = 2r_{0,1}r_{2,3}r_{1,2}^2, \quad g_4 = |\Delta_1 - \Delta_2| = |d_1n_1 - d_2n_2|;$$

n_0 - відомий показник заломлення зовнішнього середовища; n_3 - невідомий показник заломлення підкладки; $n_{1,2}, d_{1,2}$ - невідомі показники

на Фіг.4 суцільна крива - $G_1 = 7.45 \times 10^3 \text{ нм}$,
пунктирна крива - $G_1 = 7.77 \times 10^3 \text{ нм}$;

на Фіг.5 суцільна крива - $G_1 = 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$,
пунктирна крива - $G_1 = 9.43 \times 10^3 \text{ нм}$.

Запропонований спосіб визначення показників заломлення і товщин шарів може бути застосований для прозорих структур з довільним числом шарів і для його обґрунтування розглянемо випадок двошарової ($k=2$) плоскопаралельної структури на підкладці. Енергетичний коефіцієнт відбивання такої структури може бути записаний у вигляді:

$$R_{0,3} = \frac{r_{0,1}^2 + r_{1,2}^2 + r_{2,3}^2 + r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 r_{2,3}^2 + \sum_{i=1}^4 \alpha'_i \cos(\pi g_i \omega)}{1 + r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 + r_{0,1}^2 r_{2,3}^2 + r_{1,2}^2 r_{2,3}^2 + \sum_{i=1}^4 \alpha'_i \cos(\pi g_i \omega)},$$

де $r_{v,v+1}$ - френелівські коефіцієнти відбивання для трьох меж розділу ($v=0,1,2$):

$$r_{v,v+1} = \frac{n_v - n_{v+1}}{n_v + n_{v+1}} \quad (\text{для s-поляризації}) \quad i$$

$$r_{v,v+1} = \frac{n_{v+1} - n_v}{n_{v+1} + n_v} \quad (\text{для p-поляризації});$$

заломлення і товщини шарів. Тоді для функції

$$\Theta_1(\omega) = \frac{1}{1-R(\omega)}, \quad \text{можна записати наступний вираз:}$$

$$\Theta_1(\omega) = B + \sum_{m=1}^4 \alpha_m \cos(\pi g_m \omega), \quad (10)$$

де

$$B = \frac{1 + r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 + r_{0,1}^2 r_{2,3}^2 + r_{1,2}^2 r_{2,3}^2}{1 + r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 + r_{0,1}^2 r_{2,3}^2 + r_{1,2}^2 r_{2,3}^2 - r_{0,1}^2 - r_{1,2}^2 - r_{2,3}^2 - r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 r_{2,3}^2},$$

$$\alpha_m = \frac{\alpha'_m}{1 + r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 + r_{0,1}^2 r_{2,3}^2 + r_{1,2}^2 r_{2,3}^2 - r_{0,1}^2 - r_{1,2}^2 - r_{2,3}^2 - r_{0,1}^2 r_{1,2}^2 r_{2,3}^2}, \quad m = 1, 2, 3, 4,$$

Представлення функції $\Theta_1(\omega)$ у вигляді (10) дає можливість застосувати процедуру розрахунків, описану в запропонованому способі для визначення параметрів G_i та A_i . Причому кожен з параметрів G_i та A_i ($i=1,2,3,4$) є відповідно рівний одному з параметрів g_m , α_m . Найбільше значення G_i - буде рівне g_1 : $G^{\max} = g_1 = d_1n_1 + d_2n_2$. А серед трьох інших значень G_i завжди знайдуться два значення G'_1 і G'_2 , які будуть задовольняти умові $G^{\max} = G'_1 + G'_2$. Значення оптичних товщин

Δ_j ($j=1,2$) будуть рівні одній з двох можливих перестановок серед параметрів G'_1 . Для двошарової структури можливими групами цих перестановок $\Delta_{j,w}$ ($j=1,2$) будуть наступні:

$$\begin{aligned} 1) \Delta_{1,1} &= G'_1, \Delta_{2,1} = G'_2, \\ 2) \Delta_{1,2} &= G'_2, \Delta_{2,2} = G'_1 \end{aligned} \quad (11)$$

Для того, щоб обґрунтувати справедливість виразів (5)-(8), розглянемо випадок коли визначені параметри G_i та A_i є відповідно рівні параметрам g_i та α_i : $G_i = g_i$, $A_i = \alpha_i$. Тоді на основі співвідно-

шень (3) можна однозначно визначити коефіцієнти $s_{i,j,w}$:

$$\begin{aligned} s_{1,1,1} &= s_{1,1,2} = s_{1,2,1} = s_{1,2,2} = 1; \\ s_{2,1,1} &= s_{2,2,2} = 1; s_{2,2,1} = s_{2,1,2} = 0; \\ s_{3,2,1} &= s_{3,1,2} = 1; s_{3,2,1} = s_{3,1,2} = 1; \\ s_{4,1,1} &= s_{4,2,2} = 1; s_{4,2,1} = s_{4,1,2} = -1, \end{aligned} \quad (12)$$

а коефіцієнти $p_{i,v,w}$, знайдені з допомогою (8), будуть рівні:

$$\begin{aligned} p_{1,0,1} &= p_{1,0,2} = p_{1,2,1} = p_{1,2,2} = -1; p_{1,1,1} = p_{1,1,2} = 1; \\ p_{2,0,1} &= p_{2,1,1} = p_{2,1,2} = p_{2,2,2} = -1; p_{2,0,2} = p_{2,2,1} = 1; \\ p_{3,0,2} &= p_{3,1,1} = p_{3,1,2} = p_{3,2,1} = -1; p_{3,0,1} = p_{3,2,2} = 1; \\ p_{4,0,1} &= p_{4,0,2} = p_{4,2,1} = p_{4,2,2} = -1; p_{4,1,1} = p_{4,1,2} = 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Визначаючи функції Θ_2 , Θ_3 , Θ_4 , Θ_5 з допомогою рекурентного співвідношення (2), можна переконатися в справедливості виразу (9) для визначення параметра В. Для параметрів

X і $Y_{v,1}$ визначених з допомогою (6), (7) можна записати наступні вирази:

$$\begin{aligned} X &= \frac{r_{0,1} + r_{1,2} + r_{2,3} + r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 + r_{0,1}r_{1,2} + r_{0,1}r_{2,3} + r_{1,2}r_{2,3}}, Y = \frac{-r_{0,1} + r_{1,2} + r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 - r_{0,1}r_{1,2} - r_{0,1}r_{2,3} + r_{1,2}r_{2,3}}, \\ Y_{1,1} &= \frac{r_{0,1} - r_{1,2} + r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 - r_{0,1}r_{1,2} + r_{0,1}r_{2,3} - r_{1,2}r_{2,3}}, Y_{2,1} = \frac{r_{0,1} + r_{1,2} - r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 + r_{0,1}r_{1,2} - r_{0,1}r_{2,3} - r_{1,2}r_{2,3}}. \end{aligned}$$

Якщо коефіцієнти $z_x, z_{y,v}$ (які можуть приймати одне з двох значень: 1 або -1) вибрати такими, щоб були справедливими співвідношення

$$\begin{aligned} Xz_x &= \frac{r_{0,1} + r_{1,2} + r_{2,3} + r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 + r_{0,1}r_{1,2} + r_{0,1}r_{2,3} + r_{1,2}r_{2,3}}; Y_{0,1}z_{y,0} = \frac{-r_{0,1} + r_{1,2} + r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 - r_{0,1}r_{1,2} - r_{0,1}r_{2,3} + r_{1,2}r_{2,3}}, \\ Y_{1,1}z_{y,1} &= \frac{r_{0,1} - r_{1,2} + r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 - r_{0,1}r_{1,2} + r_{0,1}r_{2,3} - r_{1,2}r_{2,3}}; Y_{2,1}z_{y,2} = \frac{r_{0,1} + r_{1,2} - r_{2,3} - r_{0,1}r_{1,2}r_{2,3}}{1 + r_{0,1}r_{1,2} - r_{0,1}r_{2,3} - r_{1,2}r_{2,3}}, \end{aligned}$$

тоді останні рівності можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} \arctan h(Xz_x) &= \arctan hr_{0,1} + \arctan hr_{1,2} + \arctan hr_{2,3}, \\ \arctan h(Yz_{y,0}) &= -\arctan hr_{0,1} + \arctan hr_{1,2} + \arctan hr_{2,3}, \\ \arctan h(Y_{1,1}z_{y,1}) &= \arctan hr_{0,1} - \arctan hr_{1,2} + \arctan hr_{2,3}, \\ \arctan h(Y_{2,1}z_{y,2}) &= \arctan hr_{0,1} + \arctan hr_{1,2} - \arctan hr_{2,3}, \end{aligned} \quad (14)$$

з яких випливає справедливість виразу (5). В розглянутому випадку використовувалась умова, коли реалізується перша група перестановок оптичних товщин $\Delta_{1,1} = \Delta_1, \Delta_{2,1} = \Delta_2$. Для випадку, коли буде реалізовуватися друга група перестановок (11) оптичних товщин $\Delta_{1,2} = \Delta_2, \Delta_{2,2} = \Delta_1$, сис-

тема рівнянь (14) залишиться справедливою, якщо параметри $Y_{v,1}$, замінити на $Y_{v,2}$.

Узагальнюючи цей спосіб отримання співвідношень (14) на випадок прозорої структури з довільним числом шарів k , можна показати, що завжди знайдеться такий номер перестановки w , для якого буде справедлива система рівнянь

$$\begin{aligned} \arctan h(Xz_x) &= \sum_{j=0}^k \arctan hr_{j,j+1}, \\ \arctan h(Y_{v,w}z_{y,x}) &= -\arctan hr_{v,v+1} + \sum_{j=0}^k \arctan hr_{j,j+1}, \end{aligned} \quad (15)$$

а, отже, і справедливість виразу (5).

Спосіб визначення показників заломлення і товщин шарів прозорої плоскопаралельної струк-

тури з довільним числом шарів здійснюють таким чином. На основі аналізу функції $\frac{1}{1-R(\omega)}$ визна-

чають невідомі параметри G_i, A_i ($i = 1, 2, \dots$), де коефіцієнт відбивання світла $R(\omega)$ вимірюють у вибраному інтервалі значень оберненої довжини хвилі (1) лише при одній товщині верхнього шару. Параметри G_i та A_i визначають шляхом поступового звуження діапазонів можливих для них значень, починаючи з діапазонів $0 < G_i < G^{\max}$ та $-1 < A_i < 1$, де значення G^{\max} вибирають дещо більшим за максимально можливе значення сумарної оптичної товщини всіх шарів Δ_{\max} . При зміні параметру G_i в межах діапазону $0 < G_i < G^{\max}$ визначають крайні значення $C'_{i,0}$, $C''_{i,0}$ вужчого діапазону $C'_{i,0} < G_i < C''_{i,0}$. В якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Xi_i(\omega)$ в інтервалі (1), де:

$$\Xi_i(\omega) = \Theta_i(\omega) + \frac{1}{16\pi^2 G_i^2} \frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2},$$

$\frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2}$ числове значення другої похідної від функції $\Theta_1(\omega)$, яка для першого кроку рівна

$$\Theta_1(\omega) = \frac{1}{1 - R(\omega)}.$$

При зміні параметру G_i в межах діапазону $C'_{i,j-1} < G_i < C''_{i,j-1}$ ($j = 1, 2, \dots$) визначають крайні значення $C'_{i,j}$, $C''_{i,j}$ вужчого діапазону $C'_{i,j} < G_i < C''_{i,j}$, в якому спостерігається найменша

кількість екстремумів функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах ін-

тервалу (1), де $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ - числове значення похід-

ної j -ого порядку від функції $\Xi_i(\omega)$. Процедурі звуження діапазону можливих значень параметра G_i при поступовому збільшенні цілого числа j припиняють на тому кроці, коли кількість екстремумів

функції $\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зменшуватися при зміні

параметру G_i і визначають значення цього параметру як $G_i = (G'_{i,j} + G''_{i,j})/2$. При зміні параметру A_i в межах діапазону $-1 < A_i < 1$ визначають крайні значення $A'_{i,0}$, $A''_{i,0}$ вужчого діапазону

$A'_{i,0} < A_i < A''_{i,0}$, в якому спостерігається найменша кількість екстремумів функції $\Theta_{i+1}(\omega)$ (2) в інтервалі (1). При зміні параметру A_i в межах діапазону

$A'_{i,j-1} < A_i < A''_{i,j-1}$ ($j = 1, 2, \dots$) визначають крайні значення $A'_{i,j}$, $A''_{i,j}$ вужчого діапазону

$A'_{i,j} < A_i < A''_{i,j}$, в якому спостерігається найменша

кількість екстремумів похідної j -ого порядку

$\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ в межах інтервалу (1). Процедурі звуження діапазону можливих значень параметра A_i

при поступовому збільшенні цілого числа j припиняють на тому кроці, коли кількість екстремумів

функції $\frac{\partial^j \Theta_{i+1}(\omega)}{\partial \omega^j}$ перестане зменшуватися при

зміні параметру A_i і визначають значення цього

параметру як $A_i = (A'_{i,j} + A''_{i,j})/2$. Після знаходження параметрів G_i та A_i , а також функції

$\Theta_{i+1}(\omega)$ (2), визначають параметри G_{i+1} та A_{i+1} і функцію $\Theta_{i+2}(\omega)$, а умовою того, що всі необхідні

параметри G_i та A_i ($i = 1, 2, \dots, u$) визначені, буде умова різкого зменшення амплітуди розмаху $\Delta \Theta_{u+1}$ в порівнянні із амплітудою розмаху $\Delta \Theta_1$,

де: $\Delta \Theta_i = \Theta_i^{\max} - \Theta_i^{\min}$;

$i = 1, 2, \dots, u$;

$\Theta_i^{\max, \min}$ - максимальне і мінімальне значення

функції $\Theta_i(\omega)$ в інтервалі (1).

Знайдені параметри G_i є рівні оптичним товщинам шарів Δ_j (3),

де: $j = 1, 2, \dots, k$

k - кількість шарів досліджуваної структури; або абсолютним значенням сум чи різниць цих оптичних товщин;

і для того, щоб визначити всі значення Δ_j , серед знайдених параметрів G_i вибирають максимальне значення G^{\max} , а також k значень $C'_{i,j}$,

сума яких є рівна цьому максимальному значенню

$$G^{\max} = \sum_{j=1}^k G'_j = \sum_{j=1}^k \Delta_j, \text{ а самі ці значення } G'_j \text{ є рівні}$$

одній із шуканих оптичних товщин Δ_j . Після того

визначають коефіцієнти $s_{i,j,w}$, які рівні одному з трьох чисел: -1, 0, 1 так, щоб задовольнялись співвідношення (4). З допомогою коефіцієнтів $s_{i,j,w}$

визначають можливі значення френелівських коефіцієнтів відбивання $r_{v,v+1}$ ($v = 0, 1, \dots, k$) для всіх одинарних меж розділу даної структури на основі співвідношень (5)-(9). З допомогою виразів для френелівських коефіцієнтів відбивання:

$$r_{v,v+1} = \frac{n_v - n_{v+1}}{n_v + n_{v+1}} \quad (\text{для s-поляризації}) \quad i$$

$$r_{v,v+1} = \frac{n_{v+1} - n_v}{n_{v+1} + n_v} \quad (\text{для p-поляризації}) \quad \text{визначають}$$

всі можливі групи показників заломлення:

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1-r_{v,v+1})}{1+r_{v,v+1}} \quad (\text{для } s\text{-поляризації}) \quad i$$

$$n_{v+1} = \frac{n_v(1+r_{v,v+1})}{1-r_{v,v+1}} \quad (\text{для } p\text{-поляризації}), \text{ які відпо-}$$

відають різним можливим значенням величин z_x , $z_{y,v}$ (5) і w (4). Для кожної можливої групи показників заломлення визначають товщини d_j на ос-

нові рівняння (3), як $d_j = \frac{\Delta_j}{n_j}$ і визначають ту групу

показників заломлення і товщин шарів, для якої розрахований спектр відбивання найкраще узгоджується з експериментальним спектром.

Приклад виконання способу. Вимірюють залежність коефіцієнта відбивання $R(\omega)$ досліджуваної двошарової структури від оберненої довжини хвилі ω в інтервалі $0.5 - 0.9 \mu\text{м}^{-1}$. Визначають показники заломлення і товщини шарів прозорої двошарової структури на основі аналізу функції

$\Theta_1(\omega) = \frac{1}{1-R(\omega)}$ для р- поляризації (Фіг.1, суцільна крива). На Фіг.2-5 показано зменшення числа екстремумів функції $\Xi_i(\omega)$, де

$$\Xi_i(\omega) = \Theta_i(\omega) + \frac{1}{16\pi^2 G_i^2} \frac{\partial^2 \Theta_i(\omega)}{\partial \omega^2} \quad i \text{ її першої похідної}$$

$\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ яке дозволяє поступово звукувати інтервал можливих значень параметру G_i :

$C_{i,j}' < G_i < C_{i,j}''$. А саме, показано зменшення числа екстремумів функції $\Xi_i(\omega)$ при зміні параметру G_i від значення $G_1 = 6.92 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.2, суцільна крива) до $G_1 = 7.45 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.2 пунктирна кри-

ва), а також при зміні параметру G_i від значення $G_1 = 11.23 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.3, суцільна крива) до $G_1 = 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.3, пунктирна крива). Це дає можливість звузити початковий інтервал можливих значень параметру G_i від $0 < G_1 < 10^5 \text{ нм}$ до $7.45 \times 10^3 \text{ нм} < G_1 < 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$. На Фіг.4 показано зменшення числа екстремумів першої похідної

$\frac{\partial^j \Xi_i(\omega)}{\partial \omega^j}$ при зміні параметру G_i від значення

$G_1 = 7.45 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.4, суцільна крива) до $G_1 = 7.77 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.4, пунктирна крива), а також

при зміні параметру G_i від значення

$G_1 = 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.5, суцільна крива) до

$G_1 = 9.43 \times 10^3 \text{ нм}$ (Фіг.5, пунктирна крива). Це дає

можливість ще більше звузити інтервал можливих значень параметру G_i від

$7.45 \times 10^3 \text{ нм} < G_1 < 9.75 \times 10^3 \text{ нм}$ до

$7.77 \times 10^3 \text{ нм} < G_1 < 9.43 \times 10^3 \text{ нм}$. На основі запро-

понованого способу були визначені значення параметрів G_i та A_i ($i = 1, 2, 3, 4$):

$$G_1 = 8.33 \times 10^3 \text{ нм}, \quad G_1 = 5.06 \times 10^3 \text{ нм},$$

$$G_1 = 3.27 \times 10^3 \text{ нм}, \quad G_1 = 1.79 \times 10^3 \text{ нм};$$

$$A_1 = 0.126, \quad A_2 = 0.142, \quad A_3 = 0.044,$$

$$A_4 = 0.002,$$

а параметр B був визначений з допомогою рівняння (9): $B = 1.276$.

Серед визначених параметрів G_i максимальним значенням є $G_i (G_i = G^{\max})$, яке рівне сумі G_2 і

G_3 . Тому $G_1' = G_2$ а $G_2' = G_3$. Можливі групи пере-

становок оптичних товщин $\Delta_{j,w}$ визначаються на основі (11), а коефіцієнти $s_{i,j,w}$ і $p_{i,v,w}$ визначати-

ся так само, як і в рівняннях (12), (13). Тоді з допомогою рівнянь (5) визначають всі можливі значення френелівських коефіцієнтів відбивання $r_{i,v,w}$

для всіх одинарних меж розділу даної двошарової структури, а також всі можливі групи показників

заломлення шарів: $n_{v+1} = \frac{n_v(1+r_{v,v+1})}{1-r_{v,v+1}}$ і товщини

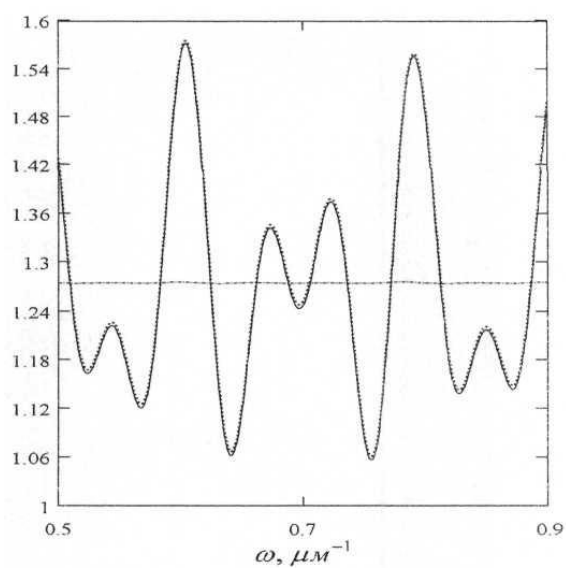
d_j на основі рівняння (3). Порівнявши залежності

$$\frac{1}{1-R(n_{0,1,2,3}, d_{1,2}, \omega)}, \text{ пораховані на основі знайде-}$$

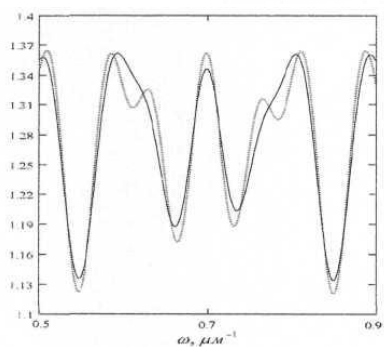
них груп показників заломлення шарів і їхніх товщин, з експериментальною залежністю (Фіг.1 суцільна крива) була визначена група, яка дала найкраще узгодження з експериментом (Фіг.1 пунктирна крива) і являє собою розв'язок задачі:

$$n_1 = 2.53, \quad d_1 = 2 \text{ мкм}, \quad n_2 = 3.27, \quad d_2 = 1 \text{ мкм},$$

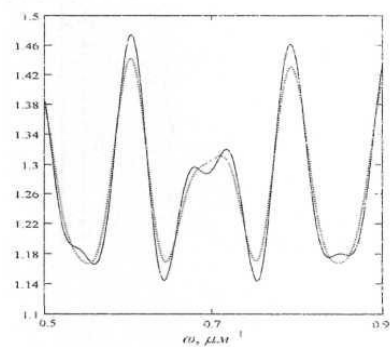
$$n_3 = 4.12.$$



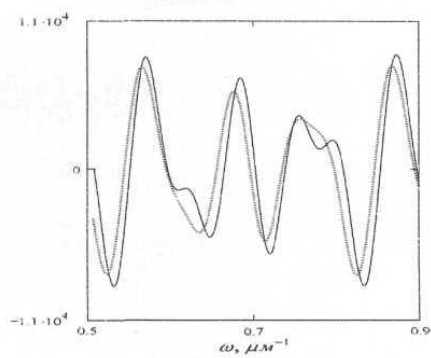
Фиг. 1



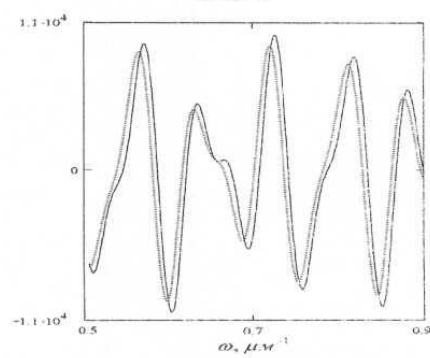
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5