



ДЕРЖАВНА СЛУЖБА  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ  
УКРАЇНИ

УКРАЇНА

(19) **UA** (11) **71289** (13) **U**  
(51) МПК  
**G01N 19/02** (2006.01)

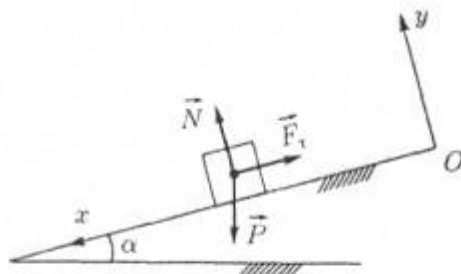
## (12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

(21) Номер заявки: <b>u 2011 15184</b>	(72) Винахідник(и): <b>Аврутов Вадим Вікторович (UA)</b>
(22) Дата подання заявки: <b>21.12.2011</b>	(73) Власник(и): <b>НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ "КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ", просп. Перемоги, 37, м. Київ-56, 03056, Україна (UA)</b>
(24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: <b>10.07.2012</b>	
(46) Публікація відомостей про видачу патенту: <b>10.07.2012, Бюл.№ 13</b>	

## (54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРТЯ КОВЗАННЯ

### (57) Реферат:

Спосіб визначення тертя ковзання включає дослідження руху тіла по нахиленій поверхні. Вимірюють час руху тіла по поверхні, обчислюють "розрахунковий" час руху тіла без урахування сили тертя уздовж тієї ж відстані, далі обчислюють силу тертя та коефіцієнт тертя ковзання за формулами.



Фіг. 1

UA 71289 U



Корисна модель належить до загальної (класичної) механіки і може бути використана для визначення сили тертя ковзання і коефіцієнта тертя ковзання різних матеріалів з метою його обліку при розрахунках різних механізмів і машин.

Відоме експериментальне визначення коефіцієнта тертя засноване на тому [1], що тангенс кута нахилу площини, при якому тіло, покладене на неї, починає ковзати, має бути рівним коефіцієнту тертя. Недоліками цього способу є те, що тілу спочатку треба подолати тертя спокою, що при вимірюванні може привести до збільшення кута нахилу і, як наслідок, похибки визначення коефіцієнта тертя ковзання. Крім того, довідкові дані мають абстрактний характер. Наприклад [2], табличні коефіцієнти ковзання приведені для дотичних матеріалів (сталь/сталь, метал/дерево, дерево/дерево, автомобільна шина/асфальт), які на практиці можуть мати різну якість обробки поверхні. Тому, очевидно, що наявні довідкові дані приблизні і можуть відрізнятися від реальних значень для конкретних матеріалів.

В основу корисної моделі поставлено задачу підвищення точності визначення коефіцієнта тертя ковзання різних матеріалів.

Розглянемо відомий спосіб визначення коефіцієнта тертя ковзання. При поступальному русі тіла по похилій площині (Фіг. 1) на нього діють сила тяжіння  $\vec{P}=m\vec{g}$ , сила тертя  $\vec{F}_T$  і сила нормальної реакції  $\vec{N}$ .

Оскільки рух відбувається у вертикальній площині, диференціальні рівняння руху щодо осей  $Ox$  і  $Oy$  матимуть вигляд

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - F_T, \quad 0 = mg \cos \alpha - N. \quad (1)$$

Відомий спосіб визначення коефіцієнта тертя ковзання полягає в тому, що тіло розташовують на горизонтальній площині і починають поволі збільшувати кут нахилу  $\alpha$  до тих пір, поки тіло не почне рух. На практиці зазвичай приймають  $F_T = fN$ , де  $f$  - коефіцієнт тертя. Оскільки з другого рівняння (1) маємо  $N = mg \cos \alpha$ , то  $F_T = fmg \cos \alpha$ .

У момент початку руху з першого рівняння системи (1) маємо

$f = \tan \alpha_k$ , де  $\alpha_k$  - критичне значення кута підйому, при якому починається рух тіла.

Незважаючи на очевидну простоту, такий спосіб має недоліки. По-перше, наявність тертя спокою (сухого тертя) приводить до збільшення кута нахилу і погрішності визначення коефіцієнта тертя. По-друге, випробування матеріалів з малими коефіцієнтами тертя ковзання приведе до складності вимірювання малих кутів  $\alpha_k$ .

Пояснимо алгоритм запропонованого способу. Інтегруючи двічі перше рівняння системи (1) за нульових початкових умов, отримаємо

$$x = \left( g \sin \alpha - \frac{F_T}{m} \right) \frac{t_T^2}{2}. \quad (2)$$

Тут  $t_T$  - час руху з урахуванням сили тертя.

У ідеальному випадку, за відсутності сили тертя, тіло пройде шлях

$$x = g \sin \alpha \frac{t^2}{2}. \quad (3)$$

Звідси легко отримати "розрахунковий" час руху тіла

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g \sin \alpha}}. \quad (4)$$

Прирівнюючи праві частини виразів (2) і (3), знайдемо вираз для сили тертя

$$F_T = mg \sin \alpha \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

Як окремий випадок ( $\alpha = 90^\circ$ ) отримаємо з формули (5) вираз для розрахунку сили тертя при вертикальному падінні (ковзанні) тіла

$$F_T = mg \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

Повернемося до руху тіла по похилій площині. Підставляючи тепер  $F_T = fmg \cos \alpha$  в ліву частину (5), отримаємо

$$f = \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right] \tan \alpha. \quad (7)$$

Остання формула дозволяє розраховувати коефіцієнт тертя ковзання при різних кутах нахилу  $\alpha$ .

На фіг. 2 представлені результати обчислень за формулою (7) при  $x=1\text{м}$  і  $t=0,54\text{с}$  (верхня крива), при  $x=2\text{м}$  і  $t=0,76\text{с}$  (друга крива зверху), при  $x=3\text{м}$  і  $t=0,93\text{с}$  (третя крива зверху), при  $x=4\text{м}$  і  $t=1,07\text{с}$  (четверта крива зверху), при  $x=5\text{м}$  і  $t=1,20\text{с}$  (п'ята крива зверху) і при  $x=6\text{м}$  і  $t=1,32\text{с}$  (шоста крива зверху). Обчислення проводилися при  $\alpha = 45^\circ$ .

Таким чином, запропонований спосіб визначення тертя ковзання полягає в наступному:

1. Вимірюємо реальний час руху  $t_T$  тіла уздовж відстані  $x$  з урахуванням сили тертя.

2. За формулою (4) аналітично обчислюємо "розрахунковий" час руху тіла без урахування сили тертя уздовж тієї ж відстані  $x$ .

3. За формулою (5) обчислюємо силу тертя, а за формулою (7) - коефіцієнт тертя ковзання.

Отже, запропонований спосіб дозволяє розраховувати силу тертя і коефіцієнт тертя ковзання при різних кутах нахилу площини. У основі способу - вимірювання часу руху уздовж лінійної координати. Новий спосіб позбавлений необхідності подолання тертя спокою, що дає змогу підвищити точність визначення тертя ковзання і може широко застосовуватися на практиці.

Джерела інформації:

1. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. - М.: Наука, 1977.-944 с.

2. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. - К.: Наук. думка, 1989.-854 с.

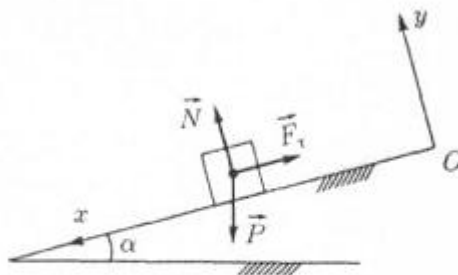
### ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

Спосіб визначення тертя ковзання, що включає дослідження руху тіла по нахиленій поверхні, який **відрізняється** тим, що вимірюють час  $t_T$  руху тіла по поверхні, обчислюють "розрахунковий" час  $t$  руху тіла без урахування сили тертя уздовж тієї ж відстані, далі за формулою

$$F_T = mg \sin \alpha \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right]$$
 обчислюють силу тертя, а за формулою

$$f = \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right] \tan \alpha$$
 - коефіцієнт тертя ковзання, де  $m$  - маса тіла,  $g$  - прискорення вільного

падіння,  $\alpha$  - кут нахилу поверхні, причому останній може бути різним, але не меншим "критичного" значення  $\alpha_k$ , при якому можливий рух тіла.



Фіг. 1

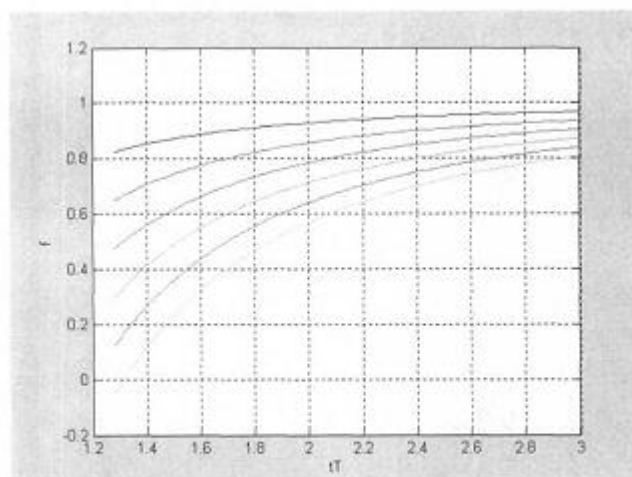


Fig. 2

---

Комп'ютерна верстка Л.Литвиненко

---

Державна служба інтелектуальної власності України, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСП, 03680, Україна

---

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601