



УКРАЇНА

(19) UA

(11) 43959

(13) A

(51) 6 G01R27/06

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІОПИС
ДО ДЕКЛАРАЦІЙНОГО ПАТЕНТУ
НА ВІНАХІДВИДАЄТЬСЯ ПІД
ВІДПОВІДАЛЬНІСТЬ
ВЛАСНИКА
ПАТЕНТУ

(54) СПОСІБ АВТОМАТИЧНОГО ВИМІРЮВАННЯ КОМПЛЕКСНИХ ПАРАМЕТРІВ МІКРОХВИЛЬОВИХ ПРИБОРІВ

1

2

(21) 2000052599

(22) 05 05 2000

(24) 15 01 2002

(46) 15 01 2002, Бюл. № 1, 2002 р

(72) Гімплєвич Юрій Борисович, Вертегел Валерій Вікторович

(73) СЕВАСТОПОЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

(57) Спосіб автоматичного вимірювання комплексних параметрів мікрохвильових пристроїв,

що полягає в формуванні високочастотних сигналів за допомогою каліброваного дванадцятиполюсника, до якого підключені джерело зондуємого гармонічного сигналу і вимірюючий пристрій, який відрізняється тим, що вимірюють різниці фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ між трьома парами сформованих високочастотних сигналів і розраховують реальну і уявну частини комплексного параметра Γ по формулах

$$X = \operatorname{Re} \dot{\Gamma} = \frac{N_1 \Theta_1 + N_2 \Theta_2 + N_3 \Theta_3 + N_4 \Theta_1 \Theta_2 + N_5 \Theta_1 \Theta_3 + N_6 \Theta_2 \Theta_3 + N_7 \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3}{M_1 + M_2 \Theta_1 + M_3 \Theta_2 + M_4 \Theta_3 + M_5 \Theta_1 \Theta_2 + M_6 \Theta_1 \Theta_3 + M_7 \Theta_2 \Theta_3 + M_8 \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3},$$

$$Y = \operatorname{Im} \dot{\Gamma} = \frac{R_1 \Theta_1 + R_2 \Theta_2 + R_3 \Theta_3 + R_4 \Theta_1 \Theta_2 + R_5 \Theta_1 \Theta_3 + R_6 \Theta_2 \Theta_3 + R_7 \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3}{M_1 + M_2 \Theta_1 + M_3 \Theta_2 + M_4 \Theta_3 + M_5 \Theta_1 \Theta_2 + M_6 \Theta_1 \Theta_3 + M_7 \Theta_2 \Theta_3 + M_8 \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3},$$

де $\Theta_1 = \operatorname{tg}(\varphi_1 - \gamma_1)$, $i = 1, 2, 3, n = 1 \dots 7$

$\gamma_1, M_0, M_n, N_n, R_n$ - постійні величини, що визначаються під час калібрування,

Винахід відноситься до техніки вимірювань на надвисоких частотах і його може бути використано для вимірювання комплексних коефіцієнтів відбиття, комплексних коефіцієнтів передачі, повних опорів мікрохвильових пристроїв різного цільового призначення.

У техніці вимірювань на НВЧ широко використовується спосіб вимірювання, заснований на аналізі амплітудного розподілу поля вздовж лінії передачі (метод вимірювальної лінії) (див., наприклад, [1]). Недоліком цього способу є низька продуктивність вимірювань.

Цей недолік усунено в способі автоматичного вимірювання, заснованому на аналізі амплітудного розподілу поля в дискретних точках лінії передачі (так званий багатозондовий метод) (див., наприклад, [2]). Недоліком цього методу є низька точність при вимірюваннях в широкій смузі частот.

Цей недолік усунено в так званому способі калібруємого багатополісника (див., наприклад, [3, 4]). Суть способу полягає в тому, що здійснюються формування високочастотних сигналів на вимірювальних виходах калібруємого багатополісника, до якого підключені джерело зондуємого гармоні-

(13) A

(11) 43959

(19) UA

чного сигналу і вимірюємий пристрій, вимірювання потужностей сформованих високочастотних сигналів і обчислення параметрів пристрою по виміряних потужностях. Причому, заздалегідь в процесі калібрування по зразкових мірах на кожній частоті визначають і запам'ятовують еквівалентні параметри багатополосника, які використовуються надалі для розрахунку вимірюємих параметрів.

Найбільш близьким по технічній суті є спосіб [4], який полягає в тому, що формують високочастотні сигнали за допомогою калібруемого дванадцятиполосника, до якого підключені джерело зонduючого гармонічного сигналу і вимірюємий пристрій, вимірюють потужності сформованих високочастотних сигналів і по них розраховують реальну і уявну частини комплексного параметра Γ по формулах

$$X = \operatorname{Re} \Gamma = \frac{U_1 + U_2 \bar{P}_1 + U_3 \bar{P}_2 + U_4 \bar{P}_3}{1 + C_1 \bar{P}_1 + C_2 \bar{P}_2 + C_3 \bar{P}_3}; \quad (1)$$

$$Y = \operatorname{Im} \Gamma = \frac{V_1 + V_2 \bar{P}_1 + V_3 \bar{P}_2 + V_4 \bar{P}_3}{1 + C_1 \bar{P}_1 + C_2 \bar{P}_2 + C_3 \bar{P}_3}, \quad (2)$$

$$\text{де } \bar{P}_i = \frac{P_i}{P_0} = K_i \left| \frac{1 + A_i \Gamma}{1 + A_0 \Gamma} \right|^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

У приведених співвідношеннях P_i - виміряні потужності сигналів на виходах дванадцятиполосника, \bar{P}_i - нормовані значення потужностей причому нормування здійснюється відносно потужності на виході з індексом "0", $\chi = |\Gamma| \cos \phi$, $y = |\Gamma| \sin \phi$, $z = |\Gamma|^2$ - нормований коефіцієнт передачі i -го вимірювального каналу (враховує коефіцієнт передачі дванадцятиполосника і датчика потужності), A_i - еквівалентний комплексний параметр, що характеризує i -ий вимірювальний вихід дванадцятиполосника, U_n, V_n, C_n - константи, які однозначно пов'язані з еквівалентними параметрами дванадцятиполосника. Ці константи розраховуються на етапі калібрування і запам'ятовуються.

Недоліком даного способу вимірювання є недостатньо висока точність вимірювання і малий діапазон допустимої зміни потужності зонduючого сигналу.

Недостатньо висока точність вимірювання комплексних параметрів в способі-прототипі зумовлена наступними причинами:

а) коефіцієнти передачі напівпровідникових датчиків потужності істотно схильні до впливу дестабілізуючих факторів (зміна температури, вплив радіації, старіння і т.д.). У проміжку часу між калібруванням це приводить до випадкових істотних змін коефіцієнтів K_i , що у відповідності з (1), (2) приводить до помилки у визначенні складових комплексного параметра,

б) короткочасна нестабільність потужності генератора приводить до випадкової зміни потужностей сформованих високочастотних сигналів на вимірювальних виходах дванадцятиполосника, що викликає додаткову похибку вимірювання,

в) неквадратичність вольт-амперних характеристик датчиків потужності (НВЧ напівпровіднико-

вих детекторних діодів) приводить до похибок вимірювання потужностей P_i , що у відповідності з (1), (2) приводить до похибки у визначенні складових комплексного параметра. Похибка вимірювання через неквадратичність вольт-амперних характеристик діодів може досягати декількох процентів по модулю і декількох градусів по фазі [2].

Малий діапазон допустимої зміни потужності зонduючого сигналу в способі-прототипі зв'язаний з наступним. Мінімальний рівень потужності зонduючого сигналу обмежений шумами на виході датчиків потужності. Максимальний рівень потужності обмежений різким збільшенням похибки вимірювання через істотне відхилення ВАХ детекторних діодів від квадратичної. Відомо, що діапазон допустимої зміни потужності зонduючого сигналу при застосуванні напівпровідникових детекторних діодів складає порядку 30дБ [2]. У деяких умовах (наприклад дослідження характеристик активних елементів) цього недостатньо.

Задача цього винаходу - підвищення точності вимірювання і розширення діапазону допустимої зміни потужності зонduючого сигналу.

Рішення задачі досягається тим, що в способі автоматичного вимірювання комплексних параметрів мікрохвильових пристроїв, що полягає в формуванні високочастотних сигналів за допомогою калібруемого дванадцятиполосника, до якого підключені джерело зонduючого гармонічного сигналу і вимірюємий пристрій, вимірюють різниці фаз ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 між трьома парами сформованих високочастотних сигналів і розраховують реальну і уявну частини комплексного параметра Γ по формулах

$$X = \operatorname{Re} \Gamma = \frac{N_0 \Theta_1 + N_1 \Theta_2 + N_2 \Theta_3 + N_3 \Theta_4 + N_4 \Theta_5 + N_5 \Theta_6 + N_6 \Theta_7 + N_7 \Theta_8}{M_0 \Theta_1 + M_1 \Theta_2 + M_2 \Theta_3 + M_3 \Theta_4 + M_4 \Theta_5 + M_5 \Theta_6 + M_6 \Theta_7 + M_7 \Theta_8}, \quad (4)$$

$$Y = \operatorname{Im} \Gamma = \frac{R_0 \Theta_1 + R_1 \Theta_2 + R_2 \Theta_3 + R_3 \Theta_4 + R_4 \Theta_5 + R_5 \Theta_6 + R_6 \Theta_7 + R_7 \Theta_8}{M_0 \Theta_1 + M_1 \Theta_2 + M_2 \Theta_3 + M_3 \Theta_4 + M_4 \Theta_5 + M_5 \Theta_6 + M_6 \Theta_7 + M_7 \Theta_8}, \quad (5)$$

$$\text{де } \Theta_i = \operatorname{tg}(\phi_i - \gamma_i)$$

$\gamma_i, M_0, M_n, N_n, R_n$ постійні величини, що визначаються під час калібрування, $i = 1, 2, 3, n = 1 - 7$.

Таким чином, на відміну прототипу початковими даними для визначення комплексних параметрів є не виміряні потужності сформованих сигналів на вимірювальних виходах калібруемого дванадцятиполосника, а різниці фаз між цими сигналами. Це приводить до нових властивостей, що полягають в підвищенні точності вимірювання комплексних параметрів і збільшенні динамічного діапазону потужності зонduючого сигналу. Дані властивості забезпечуються введенням заявлених відмітних ознак і без цих ознак не можуть бути отримані.

Таким чином, відмітні ознаки заявленого технічного рішення є істотними.

На фіг зображена структурна схема одного з варіантів вимірювача комплексного коефіцієнта відбиття мікрохвильових пристроїв.

Вимірювач містить генератор зонduючого НВЧ сигналу 1, вихід якого через калібруємий дванадцятиполосник 2, підключений до входу вимірюемого двухполосника 3. Перший вимірювальний вихід калібруемого дванадцятиполосника 2 підключений до опорного входу "on" НВЧ фазометра

5 Другий, третій і четвертий вимірювальні виходи калібруємого дванадцятиполюсника 2 підключені до трьох входів НВЧ перемикача 4, а його вихід до вимірювального входу "вим" фазометра 5. Вихід фазометра 5 з'єднаний з входом обчислювально-керуючого пристрою 6, до складу якого входять послідовно включені аналогово-цифровий перетворювач (АЦП) 7, блок пам'яті 8 і вирішальний пристрій 10, а також блок управління 9, виходи якого з'єднані з керуючими входами НВЧ перемикача 4, АЦП 7, блоку пам'яті 8, вирішального пристрою 10 і генератора зонduючого сигналу 1. Вихід вирішального пристрою 10 з'єднаний з індикаторним блоком 11.

Генератор зонduючого НВЧ сигналу 1 призначений для формування гармонічних коливань відповідної частоти. Як генератор може бути використаний свіпінг-генератор частоти з можливістю зовнішнього управління з комплексу панорамних приладів групи Р2.

Калібруємий дванадцятиполюсник 2 призначений для формування вимірювальних сигналів. Можливі різні конструктивні варіанти на основі як напрямлених, так і не напрямлених елементів зв'язку. Деякі з варіантів приведені в [4,5].

НВЧ перемикач 4 призначений для поєднання підключення другого, третього і четвертого вимірювальних виходів дванадцятиполюсника 2 до вимірювального входу фазометра 5. В якості перемикача можуть бути використані електромеханічні або р-і-п діоди НВЧ комутатори.

НВЧ фазометр 5 призначений для вимірювання різниці фаз сигналів, отриманих на вимірювальних виходах дванадцятиполюсника, і формування вихідного напруження, пропорційного різниці фаз, що вимірюється. У якості фазометра може бути використаний прилад відповідного діапазону частот (наприклад РФК2-18).

Обчислювально-керуючий пристрій 6 призначений для перетворення вихідного напруження фазометра в цифровий код з допомогою АЦП 7, зберігання кодів і калібровочних констант в блоці пам'яті 8, обчислення дійсної і уявної частин комплексного коефіцієнта відбиття у вирішальному пристрої 10 по формулах (4), (5). Обчислювально-керуючий пристрій 6 може бути реалізований на основі однокристалової ЕОМ з АЦП, або персональний ЕОМ з блоком сполучення. Всі операції, які виконуються пристроєм, можуть бути запрограмовані і записані в постійний запам'ятовуючий пристрій (ПЗП).

Індикаторний блок 11 служить для відображення результатів вимірювання в зручній формі. Для цих цілей можуть бути використані цифрові, аналогові, осцилографічні та інші індикатори.

Пристрій для вимірювання комплексного коефіцієнта відбиття двохполюсників працює таким чином.

По команді з блоку управління 9 гармонічний сигнал необхідної частоти з виходу генератора зонduючого сигналу 1 через калібруємий дванадцятиполюсник 2 поступає на вимірюємий двохполюсник 3 з комплексним коефіцієнтом відбиття Γ . При цьому в мікрохвильовому тракті формується режим змішаних хвиль. На вимірювальних виходах калібруємого дванадцятиполюсника 2 формуються

високочастотні сигнали, несучі інформацію про вимірюємий комплексний параметр. По командах з блоку управління 9 НВЧ перемикач поєднує до вимірювального входу фазометра 5 другий, третій і четвертий виходи дванадцятиполюсника 2, а фазометр 5 вимірює зсуви фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ відносно сигналу з першого виходу дванадцятиполюсника 2. Вихідні напруження, фазометра 5, пропорційні вимірюваним різницям фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ по командах з блоку управління 9 перетворюються АЦП 7 в цифрові коди і запам'ятовуються в блоці пам'яті 8. Там же зберігаються певні під час калібрування константи γ, N_n, M_n, R_n . Далі

ці константи і коди різниць фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ по командах блоку управління 9 поступають у вирішальний пристрій 10, де по формулах (4), (5) розраховуються дійсна і уявна частини комплексного в коефіцієнта відбиття Γ . По отриманих значеннях у вирішальному пристрої 10 при необхідності можуть бути обчислені модуль і аргумент комплексного коефіцієнта відбиття, або повний опір. З виходу вирішального пристрою 10 сигнали поступають в індикаторний блок 11, де здійснюється індикація вимірюємих параметрів, в зручному вигляді (у декартовій системі, у полярній системі, або на діаграмі повних опорів).

При здійсненні запропонованого способу виконують наступні операції.

Підключають генератор зонduючого сигналу і вимірюємий пристрій до калібруємого дванадцятиполюсника.

Встановлюють необхідну частоту генератора зонduючого сигналу.

Вимірюють зсуви фаз між трьома парами сформованих високочастотних сигналів на виходах дванадцятиполюсника.

Запам'ятовують виміряні значення різниць фаз.

Розраховують дійсну і уявну частини комплексного параметра по формулах (4), (5).

Відображають результати вимірювання в необхідній формі.

Розглянемо заявлений спосіб автоматичного вимірювання комплексних параметрів мікрохвильових пристроїв. Для цього визначимо зв'язок різниць фаз між сигналами на виходах дванадцятиполюсника з параметрами вимірюємого пристрою.

Комплексна амплітуда хвилі на опорному вході фазометра, підключеного до першого виходу дванадцятиполюсника визначається по формулі Мезона [6]

$$E_r = \dot{E}_r \dot{v}_1 \frac{1 + \dot{A}_1 \dot{\Gamma}}{\Delta} \quad (6)$$

де \dot{E}_r - напруженість поля на виході генератора зонduючого сигналу, v_1, \dot{A}_1 - еквівалентні комплексні коефіцієнти, що характеризують перший вимірювальний вихід дванадцятиполюсника і опорний вхід фазометра, $\dot{\Gamma} = |\Gamma| e^{j\phi}$ - комплексний коефіцієнт відбиття вимірюємого двохполюсника, $|\Gamma|$

- модуль, а ϕ - його аргумент, Δ - коефіцієнт, що

є функцією параметрів дванадцятиполюсника, генератора зонduючого сигналу і НВЧ перемикача (визначник графа системи)

Аналогічно визначаються комплексні амплітуди хвиль на вимірювальному вході фазометра, підключеного до виходу НВЧ перемикача по формулі

$$\dot{E}_i = \dot{E}_r \dot{V}_i \frac{1 + \dot{A}_i \Gamma}{\Delta} \quad (7)$$

де, \dot{V}_i, \dot{A}_i , ($i = 2, 3, 4$) - еквівалентні комплексні константи, що характеризують відповідно другий, третій і четвертий вимірювальні виходи дванадцятиполюсника, підключені до них входи НВЧ перемикача, а також вимірювальний вхід фазометра

Провівши операції взяття аргументів, знаходимо

Різниця фаз сигналів на вході фазометра рівні різницям аргументів хвиль, що визначаються співвідношеннями (6) і (7). Представимо показання фазометра для трьох положень НВЧ перемикача у вигляді системи рівнянь

$$\begin{cases} \varphi_1 = \arg(\dot{E}_2) - \arg(\dot{E}_1) \\ \varphi_2 = \arg(\dot{E}_3) - \arg(\dot{E}_1) \\ \varphi_3 = \arg(\dot{E}_4) - \arg(\dot{E}_1) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \gamma_1 + \arctg \frac{|\dot{A}_2 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_2)}{1 + |\dot{A}_2 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_2)} - \arctg \frac{|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi}{1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi} \\ \varphi_2 = \gamma_2 + \arctg \frac{|\dot{A}_3 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_3)}{1 + |\dot{A}_3 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_3)} - \arctg \frac{|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi}{1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi} \\ \varphi_3 = \gamma_3 + \arctg \frac{|\dot{A}_4 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_4)}{1 + |\dot{A}_4 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_4)} - \arctg \frac{|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi}{1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi} \end{cases} \quad (9)$$

де $\gamma_n = \varphi_n - \varphi_{r1}$, $n = 1, 2, 3$, $\varphi_{r1}, \varphi_{r2}$ - аргументи комплексних коефіцієнтів \dot{V}_1 і \dot{V}_2 відповідно, α_1, α_2 - аргументи еквівалентних комплексних параметрів \dot{A}_1 і \dot{A}_2 , ϕ - аргумент комплексного коефіцієнта відбиття вимірююмого двухполюсника

Рівняння в системі (9) є нелінійними відносно $|\Gamma|$ і ϕ . Перетворюємо ці рівняння до лінійних відносно дійсної і уявної частин комплексного коефіцієнта відбиття Γ

Для цього, використовуючи властивість різниці арктангенсів двох кутів, і взявши тангенси від лівих і правих частин рівнянь системи (9), отримуємо

$$\begin{cases} \tan(\varphi_1 - \gamma_1) = \frac{(1 + |\dot{A}_2 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_2)) \times (|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi) - (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) \times (|\dot{A}_2 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_2))}{(1 + |\dot{A}_2 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_2)) \times (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) + |\dot{A}_1 \dot{A}_2 \Gamma|^2 \sin(\phi + \alpha_2) \sin \phi} \\ \tan(\varphi_2 - \gamma_2) = \frac{(1 + |\dot{A}_3 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_3)) \times (|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi) - (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) \times (|\dot{A}_3 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_3))}{(1 + |\dot{A}_3 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_3)) \times (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) + |\dot{A}_1 \dot{A}_3 \Gamma|^2 \sin(\phi + \alpha_3) \sin \phi} \\ \tan(\varphi_3 - \gamma_3) = \frac{(1 + |\dot{A}_4 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_4)) \times (|\dot{A}_1 \Gamma| \sin \phi) - (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) \times (|\dot{A}_4 \Gamma| \sin(\phi + \alpha_4))}{(1 + |\dot{A}_4 \Gamma| \cos(\phi + \alpha_4)) \times (1 + |\dot{A}_1 \Gamma| \cos \phi) + |\dot{A}_1 \dot{A}_4 \Gamma|^2 \sin(\phi + \alpha_4) \sin \phi} \end{cases} \quad (10)$$

Провівши ряд тригонометричних перетворень, і згрупувавши коефіцієнти при невідомих $x = |\Gamma| \cos \phi$, $y = |\Gamma| \sin \phi$, $z = |\Gamma|^2$ - отримуємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} K_{11}x + K_{12}y + K_{13}z = \Theta_1 \\ K_{21}x + K_{22}y + K_{23}z = \Theta_2 \\ K_{31}x + K_{32}y + K_{33}z = \Theta_3 \end{cases} \quad (11)$$

$$K_{11} = |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - \Theta_1 \times (|\dot{A}_2| \cos \alpha_2 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1),$$

$$K_{12} = |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \Theta_1 \times (|\dot{A}_2| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1),$$

$$K_{13} = |\dot{A}_2 \dot{A}_1| \sin(\alpha_2 - \alpha_1) - \Theta_1 \times |\dot{A}_2 \dot{A}_1| \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

$$K_{21} = |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - \Theta_2 \times (|\dot{A}_3| \cos \alpha_3 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1),$$

$$K_{22} = |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \Theta_2 \times (|\dot{A}_3| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1),$$

$$K_{23} = |\dot{A}_3 \dot{A}_1| \sin(\alpha_3 - \alpha_1) - \Theta_2 \times |\dot{A}_3 \dot{A}_1| \cos(\alpha_3 - \alpha_1),$$

$$K_{31} = |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - \Theta_3 \times (|\dot{A}_4| \cos \alpha_4 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1),$$

$$K_{32} = |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \Theta_3 \times (|\dot{A}_4| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1),$$

$$K_{33} = |\dot{A}_4 \dot{A}_1| \sin(\alpha_4 - \alpha_1) - \Theta_3 \times |\dot{A}_4 \dot{A}_1| \cos(\alpha_4 - \alpha_1),$$

$$\Theta_1 = \tan(\varphi_1 - \gamma_1), \quad \Theta_2 = \tan(\varphi_2 - \gamma_2), \quad \Theta_3 = \tan(\varphi_3 - \gamma_3),$$

Систему рівнянь (11) вирішимо відносно x і y , використовуючи правило Крамера. Рішення має вигляд

$$x = \text{Re} \Gamma = \frac{N_1 \Theta_1 + N_2 \Theta_2 + N_3 \Theta_3 + N_4 \Theta_4 + N_5 \Theta_5 + N_6 \Theta_6 + N_7 \Theta_7 + N_8 \Theta_8 + N_9 \Theta_9}{M_1 + M_2 \Theta_1 + M_3 \Theta_2 + M_4 \Theta_3 + M_5 \Theta_4 + M_6 \Theta_5 + M_7 \Theta_6 + M_8 \Theta_7 + M_9 \Theta_8 + M_{10} \Theta_9} \quad (12)$$

$$y = \text{Im} \Gamma = \frac{R_1 \Theta_1 + R_2 \Theta_2 + R_3 \Theta_3 + R_4 \Theta_4 + R_5 \Theta_5 + R_6 \Theta_6 + R_7 \Theta_7 + R_8 \Theta_8 + R_9 \Theta_9}{M_1 + M_2 \Theta_1 + M_3 \Theta_2 + M_4 \Theta_3 + M_5 \Theta_4 + M_6 \Theta_5 + M_7 \Theta_6 + M_8 \Theta_7 + M_9 \Theta_8 + M_{10} \Theta_9} \quad (13)$$

$$N_1 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_1 - \alpha_1) |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2$$

$$N_2 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_2 - \alpha_1) |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3$$

$$N_3 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_3 - \alpha_1) |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 + |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4$$

$$N_4 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2$$

$$N_5 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3$$

$$N_6 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4$$

$$N_7 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_2 - \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2$$

$$N_8 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_3 - \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3$$

$$N_9 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_4 - \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4$$

$$R_1 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_2 - \alpha_1) |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_2 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2$$

$$R_2 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_3 - \alpha_1) |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_3 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3$$

$$R_3 = |\dot{A}_1| \sin(\alpha_4 - \alpha_1) |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_4 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4$$

$$R_4 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2$$

$$R_5 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3$$

$$R_6 = |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4$$

$$R_7 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_2 - \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_2 + |\dot{A}_2| \cos \alpha_2 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_2| \sin \alpha_2$$

$$R_8 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_3 - \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_3 + |\dot{A}_3| \cos \alpha_3 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_3| \sin \alpha_3$$

$$R_9 = |\dot{A}_1| \cos \alpha_4 - \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4 - |\dot{A}_1| \sin \alpha_4 + |\dot{A}_4| \cos \alpha_4 - \alpha_1 |\dot{A}_1| \sin \alpha_1 - |\dot{A}_1| \cos \alpha_1 + \alpha_1 |\dot{A}_4| \sin \alpha_4$$

$$M_1 = N_1 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - N_2 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - N_3 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - N_4 \dot{A}_4 \sin \alpha_4 - N_5 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - N_6 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - N_7 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - N_8 \dot{A}_4 \sin \alpha_4$$

$$M_2 = R_1 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 + R_2 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 + R_3 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 + R_4 \dot{A}_4 \sin \alpha_4 + R_5 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 + R_6 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 + R_7 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 + R_8 \dot{A}_4 \sin \alpha_4$$

$$M_3 = R_1 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \cos \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \cos \alpha_4$$

$$M_4 = R_1 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \sin \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \sin \alpha_4$$

$$M_5 = R_1 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \cos \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \cos \alpha_4$$

$$M_6 = R_1 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \sin \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \sin \alpha_4$$

$$M_7 = R_1 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \cos \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \cos \alpha_4$$

$$M_8 = R_1 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \sin \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \sin \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \sin \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \sin \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \sin \alpha_4$$

$$M_9 = R_1 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_2 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_3 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_4 \dot{A}_4 \cos \alpha_4 - R_5 \dot{A}_1 \cos \alpha_1 - R_6 \dot{A}_2 \cos \alpha_2 - R_7 \dot{A}_3 \cos \alpha_3 - R_8 \dot{A}_4 \cos \alpha_4$$

