



УКРАЇНА

(19) UA (11) 42431 (13) A

(51) 7 G01C5/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІОПИС  
ДО ДЕКЛАРАЦІЙНОГО ПАТЕНТУ  
НА ВИНАХІДвидається під  
відповідальність  
власника  
патенту

## (54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ТОЧОК НА ЗЕМНІЙ ПОВЕРХНІ

(21) 2001021169

(22) 19 02 2001

(24) 15 10 2001

(33) UA

(46) 15 10 2001, Бюл. № 9, 2001 р

(72) Третяк Корнелій Романович

(73) НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА", UA(57) Спосіб визначення положення точок на земній  
поверхні, який заключається у тому, що проводять  
польове рекогносцирування місцевості, познача-  
ють на місцевості точки геодезичної мережі, обчи-  
слюють кількість сесій вимірів, розташовують од-

ночасно не менше трьох систем GPS послідовно у  
визначених точках геодезичної мережі, проводять  
виміри і визначають положення точок на земній  
поверхні, який відрізняється тим, що після позна-  
чення на місцевості точок геодезичної мережі  
встановлюють у кожній з них одну систему GPS,  
визначають нею приблизні координати точок ме-  
режі, розраховують попередню точність положен-  
ня точок, визначають інформативність кожного з  
векторів вимірів, а також оптимальну схему вимірів  
максимальної інформативності, формують сесії  
вимірів і визначають оптимально необхідні сесії  
вимірів

Винахід відноситься до геодезичних вимірів, а,  
конкретно, до способів визначення положення то-  
чок на земній поверхні

Відомий спосіб визначення положення точок  
на земній поверхні заключається у тому, що про-  
водять польове рекогносцирування місцевості, по-  
значають на місцевості точки геодезичної мережі,  
обчислюють кількість сесій вимірів, розташовують  
одночасно не менше трьох систем GPS послідов-  
но у визначених точках геодезичної мережі, про-  
водять виміри і визначають положення точок на  
земній поверхні (Б. Гофманн-Велленгоф, Г. Ліхтен-  
еггер, Д. Коллінз. Глобальна система визначення  
місцеположення (GPS) – К. Наукова думка, 1996  
- С. 171-196)

Але відсутність оптимізації вимірів у згаданому  
способі обумовлює надмірну кількість сесій вимі-  
рів, внаслідок чого спосіб не дозволяє досягти ма-  
ксимальної точності визначення положення точок  
земної поверхні. Надмірна кількість сесій вимірів  
побільшує час проведення вимірів

В основу винаходу поставлене завдання вдос-  
коналити спосіб визначення положення точок на  
земній поверхні, в якому визначення інформати-  
вності кожного з векторів вимірів і формування оп-  
тимально необхідної сесії вимірів, дає можливість  
оптимізувати схему вимірів, що дозволило б під-  
вищити точність визначення положення точок і  
скоротити час вимірів

Поставлене завдання вирішують тим, що у  
способі визначення положення точок на земній по-  
верхні, який заключається у тому, що проводять  
польове рекогносцирування місцевості, позначають

на місцевості точки геодезичної мережі, обчислю-  
ють кількість секцій вимірів, розташовують одно-  
часно не менше трьох систем GPS послідовно у  
визначених точках геодезичної мережі, проводять  
виміри і визначають положення точок на земній  
поверхні, згідно з винаходом, після позначення на  
місцевості точок геодезичної мережі встановлю-  
ють у кожній з них одну систему GPS, визначають  
приблизні координати точок мережі, розраховують  
попередню точність положення точок, визначають  
інформативність кожного з векторів вимірів, а та-  
кож оптимальну схему вимірів максимальної інфо-  
рмативності, формують сесії вимірів і визначають  
оптимально необхідні сесії вимірів

Визначення інформативності кожного з векто-  
рів вимірів, а також оптимальної схеми вимірів ма-  
ксимальної інформативності дає можливість сфо-  
рмувати оптимально необхідні сесії вимірів, що  
дозволяє зменшити час і витрати коштів на прове-  
дження вимірів, а також підвищити їх точність. При  
цьому витрати коштів на проведення вимірів порі-  
вняно з відомим способом зменшуються на  
10-20%, а точність вимірів підвищується на 5-10%

Спосіб визначення положення точок на земній  
поверхні здійснюють таким чином. Проводять по-  
льове рекогносцирування місцевості. Для цього ви-  
їжджають на місце майбутньої мережі. Якщо це  
новостворювана мережа, намічають місця розта-  
шування її точок, причому видимість між точками  
має бути більшою від 20° для безперешкодного  
поля зору. Вибрані точки мережі позначають спе-  
ціальними реперами. Положення точок наносять  
на карти з метою легкого знаходження їх у майбу-

(19) UA (11) 42431 (13) A

тньому. Якщо це існуюча мережа, координати якої втрачені, точки її не вимагають закріплення. Встановлюють у кожній точці геодезичної мережі одну систему GPS згідно з інструкціями до установлення системи GPS на точці. Визначають нею приблизні, наприклад, з точністю до 100 м, координат точок мережі.

Після опрацювання вихідних даних, розраховують попередню точність положення точок. Для цього складають матрицю рівнянь поправок усіх можливих векторів  $A$ . Повне рівняння поправок має такий вид:

$$-\xi_i - \eta_i - \zeta_i + \xi_j + \eta_j + \zeta_j = v_{i,j}, \quad (1)$$

де  $\xi_i, \eta_i, \zeta_i, \xi_j, \eta_j, \zeta_j$  - поправки у відповідні координати точок  $i$  та  $j$ , між якими вимірюється вектор,  $v_{i,j}$  - вільний член (при моделюванні мереж у матрицю  $A$  він не входить).

Матриця ваг вимірів формується з регресійних рівнянь точності визначення компонент векторів, які входять у вихідні дані. Вага вектора визначається зі співвідношення

$$p_{i,j} = \frac{\mu^2}{m_{i,j}^2} = \frac{\mu^2}{f(L, \Delta t)}, \quad (2)$$

де  $\mu$  - середня квадратична похибка одиниці ваги (як правило, середня квадратична похибка виміру вектора завдовжки 1 км),  $L$  - довжина вектора,  $\Delta t$  - тривалість вимірювання вектора,  $f$  - регресійна функція. Матриця ваг вимірів має діагональний вигляд, недиагональні елементи дорівнюють нулю. Далі знаходять коваріаційну матрицю всіх можливих векторів

$$K = \mu \sqrt{(A^T P A)^{-1}} \quad (3)$$

Середня квадратична похибка визначення координат точки обчислюється з виразу

$$m_i = \sqrt{K_{i,i} + K_{i,i+k-1} + K_{i,i+2(k-1)}}, \quad (4)$$

де  $k$  - кількість точок у мережі. В залежності (4) використовується індекс  $k-1$ , оскільки перша точка мережі приймається за вихідну. Знаходять максимальну похибку визначення координат точок мережі

$$m_{\max} = \max(m_i), i=1, k-1 \quad (5)$$

Далі визначають інформативність кожного вектора вимірів. Для цього тимчасово вага цього вектора прирівнюється до нуля і повторюється процедура обчислень за формулами (3-5). У результаті за виразом (5) визначається  $m_{\max_i}$ . Інформативність  $i$ -го вектора становитиме

$$\Delta F_i = m_{\max_i} - m_{\max} \quad (6)$$

Так послідовно для всіх векторів визначається їхня інформативність, яка заноситься до масиву інформативності вимірів. В процесі визначення інформативності значення ваги попереднього вектора відновлюється.

Наступний етап - визначення оптимальної схеми вимірів максимальної інформативності, тобто, вилучення максимальної кількості вимірів мініма-

льної інформативності. Для цього масив вимірів сортується в порядку зростання інформативності і з моделі мережі послідовно вилучаються виміри в порядку зростання їх інформативності. Процес завершується, коли

$$m_{\max_i} \geq m_{\text{доп}}, \quad (7)$$

де  $m_{\text{доп}}$  - допустима похибка визначення координат точки, задана в вихідних даних. Якщо  $m_{\max_i} > m_{\text{доп}}$ , то останній вектор повертається в оптимальну модель мережі.

Таку технологію вилучення вимірів відносять до спрощеного алгоритму. При застосуванні цієї методики кінцева модель мережі може бути квазі-оптимальною. Це пояснюється тим, що під час чергового вилучення виміру з модельної мережі інформативність вимірів повільно змінюється і відповідно змінюється почерговість вимірів у порядку зростання інформативності. У спрощеному алгоритмі ця почерговість з першого етапу приймається незмінною. У точному алгоритмі почерговість вимірів визначається після вилучення кожного виміру з модельної мережі. Точний алгоритм дає строга оптимальний результат, але потребує значно більшого об'єму обчислень. Для великих мереж порядку 100 і більше точок його застосування вимагає особливо потужної обчислювальної техніки.

Для цього послідовно визначаються точки, які входять до окремих сесій, тобто формують сесії вимірів. Визначення точок спостережень у кожній сесії виконується за принципом максимальної ефективності сесії. Ефективність сесії  $E$  (коефіцієнт  $E$ ) визначається зі співвідношення

$$E = \frac{q}{n} = \frac{2 * q}{m(m-1)}, \quad (8)$$

де  $n$  - кількість усіх можливих векторів в окремій сесії,  $m$  - кількість приймачів, яка одночасно застосовується в сесії,  $q$  - кількість спільних векторів, які входять у сесію і в оптимальну модель мережі. Максимальне значення ефективності сесії  $E$  відповідає мінімальній кількості векторів, які можуть бути визначені з даної сесії, але які не входять до оптимальної моделі вимірів, тобто це сукупність малоінформативних вимірів, що вилучені з моделі вимірів. Коефіцієнт  $E$  визначається для всіх можливих сесій, утворених з усіх можливих комбінацій точок мережі. З ряду всіх можливих сесій визначається сесія з мінімальним коефіцієнтом  $E$ . Ця сесія заноситься в ряд послідовних сесій, а вектори, які до неї входять, вилучаються з оптимальної моделі вимірів. Аналогічно визначається кожна наступна сесія. У зв'язку з вилученням векторів з оптимальної моделі, коефіцієнти  $E$  на кожному етапі для одних і тих же сесій можуть змінювати свої значення. Процес формування ряду послідовних сесій завершується після вилучення всіх векторів з оптимальної моделі.

За допомогою коефіцієнта  $E$  для будь-якої конкретної мережі можна дібрати оптимальну кількість приймачів, які одночасно використовуються в сесії. Чим більше співвідношення між кількістю вимірів в оптимальній моделі вимірів і кількістю всіх можливих вимірів, тим ефективніше використання

більшій кількості приймачів. Оскільки в ряді послідовних сесій значення коефіцієнта  $E$  для кожної наступної сесії зменшується, то можна визначити сесію, на якій кількість приймачів доцільно зменшити.

Наступний етап оптимізації полягає в мінімізації ряду послідовних сесій. Необхідно врахувати, що з ряду послідовних сесій можна визначити вектори, які незалежно від нас підпадають під вимірювання, і які не входять до оптимальної моделі вимірів. Разом з вимірами оптимальної моделі ці виміри утворюють реальну модель мережі. Вони вносять певну інформативність у кінцевий варіант мережі, але ця інформативність не враховується в оптимальній моделі мережі. Відповідно інформативність цих вимірів може замінити сумарну інформативність кінцевих сесій. В такому випадку їх можна вилучити з ряду послідовних сесій. Для цього вводиться поняття інформативності сесії, яке можна зобразити таким виразом

$$\Delta S = \sum_{i=1}^q \Delta F_i + \sum_{j=1}^{n-q} \Delta F_j = \Delta S_1 + \Delta S_2, \quad (9)$$

де  $\Delta S_1 = \sum_{i=1}^q \Delta F_i$  - сумарна інформативність спільних векторів, які входять до сесії та до оптимальної моделі мережі,

$$\Delta S_2 = \sum_{j=1}^{n-q} \Delta F_j - \text{сумарна інформативність векторів}$$

які можуть бути визначені з сесії і які не входять до оптимальної моделі мережі.

Похибка визначення координат найслабшої точки в оптимальній моделі мережі

$$m_{\max} = \mathcal{R}(\sum_{i=1}^g \Delta S_{i,1}) \quad (10)$$

де  $\mathcal{R}$  - неявна функція залежності  $m_{\max}$  від сумарної інформативності вимірів у оптимальній моделі мережі  $\sum_{i=1}^g \Delta S_{i,1}$ ,  $g$  - кількість сесій в ряді послідовних сесій. Реальне значення  $m_{\max}$  після виконання вимірів згідно ряду послідовних сесій буде рівне

$$m_{\text{реал}} = \mathcal{R}(\sum_{i=1}^r (\Delta S_{1,i} + \Delta S_{2,i})) \quad (11)$$

Враховуючи залежність (1) і те, що  $m_{\text{реал}} \leq m_{\max}$ , то різниця  $m_{\text{реал}} - m_{\text{доп}}$  згідно з (7, 10, 11) викликана неврахуванням  $\sum_{j=1}^{n-q} \Delta S_{2,j}$  - сумарної інформативності вимірів, які входять у ряд послідовних сесій і не входять до оптимальної моделі мережі. Ця додаткова (зайва) інформативність може бути компенсована інформативністю останніх сесій вимірів, інформативність яких найнижча в ряді послідовних сесій. Для можливого вилучення цих сесій з ряду послідовних сесій визначаємо з ряду послідовних

сесій реальну модель мережі та за залежностями (2-5) знаходимо  $m_{\text{реал}}$ . Виміри, які можуть бути визначені з останньої сесії, вилучаються з реальної моделі. За цією моделлю знаходиться нове значення  $m_{\text{реал}}$ . Зворотний процес вилучення сесій з ряду послідовних сесій завершується, коли  $m_{\text{реал}} \geq m_{\text{доп}}$ . Якщо  $m_{\text{реал}} > m_{\text{доп}}$ , то остання вилучена сесія повертається в ряд послідовних сесій, тобто визначають оптимально необхідні сесії вимірів. Остаточна реальна модель вимірів приймається за оптимальну модель вимірів, а скорочений ряд послідовних сесій за остаточний ряд сесій.

Розташовують одночасно мінімум три системи GPS послідовно у визначених точках мережі. Точки, у яких потрібно розташовувати системи GPS, визначені при формуванні оптимально необхідних сесій вимірів. Проводять виміри згідно інструкцій. Наприклад, центрують антени приймачів над точками мережі, які закріплені реперами, калібрують приймачі і т.д. Одержані результати вимірів заносять у комп'ютер і згідно програми визначають положення точок на земній поверхні.

Для підтвердження переваг даного способу проведено порівняння технічної ефективності та точності існуючого і даних способів. Розрахунок кількості сесій та точності визначення координат точок виконано для геодезичної мережі, що складається з 22 точок. Використовують три GPS-приймачі. Результати розрахунку кількості сесій для проведення вимірів існуючим способом наведено у табл. 1.

Для реалізації вимірів у мережі необхідно 15 сесій вимірів. При виконанні оцінки точності визначення координат точок мережі відомим способом точку № 1 взято за вихідну, а точність вимірювання векторів в залежності від довжини визначають за допомогою рівняння

$$m = 5 \text{ мм} + 1 \text{ ppm} \quad (12)$$

Результати розрахунків наведені у табл. 2.

З максимальною помилкою, яка дорівнює 7,181 мм, визначено положення точки № 5.

Далі наведено розрахунки оптимально необхідних сесій вимірів та точності визначення координат точок тієї ж геодезичної мережі з 22 точок, але даним способом.

Кількість оптимально необхідних сесій вимірів, згідно даного способу, наведено у табл. 3.

З метою коректної постановки завдання у програму визначення оптимально необхідних сесій було поставлено додаткове обмеження на точність визначення координат точок не більше 7,2 мм, тобто точність даного способу має бути не гіршою від існуючого. Згідно з табл. 3 для реалізації вимірів у мережі запропоновано 12 сесій. Результати оцінки точності визначення координат точок мережі запропонованим способом згідно схеми вимірів табл. 3 наведено у табл. 4.

З максимальною похибкою, яка дорівнює 6,182 мм, визначено положення точки № 15. Порівняння табл. 1 і табл. 3 свідчить, що для реалізації вимірів однієї і тієї ж мережі з 22 точок існуючим способом необхідно 15 сесій, а даним - 12 сесій. Тобто, схема вимірів даним способом є на 20% економнішою від існуючого.

Порівняння табл. 2 і табл. 4 свідчить, що точність вимірів даним способом на 15% краща від

існуючого. Максимальна помилка визначення координат даним способом 6,182 мм (точка 15), а існуючим 7,181 мм (точка 5).

Із зростанням кількості точок в мережі і підвищенням вимог до точності визначення координат точок мережі ефективність способу зростає.

Таблиця 1

№ сесії	Приймач А	Приймач В	Приймач С
1	19	20	21
2	19	1	2
3	3	10	2
4	11	10	12
5	1	13	12
6	21	13	14
7	15	10	14
8	3	4	5
9	6	7	5
10	9	7	8
11	9	10	15
12	16	17	15
13	22	17	18
14	22	20	18
15	8	7	18

Таблиця 2

№ точки	m (мм)	№ точки	m (мм)	№ точки	m (мм)
1	4,218	8	5,611	15	6,833
2	5,540	9	4,405	16	5,773
3	6,899	10	6,035	17	5,497
4	6,243	11	4,435	18	4,244
5	7,181	12	4,153	19	5,124
6	5,734	13	4,913	20	4,832
7	6,108	14	5,068	21	5,858

Таблиця 3

№ сесії	Приймач А	Приймач В	Приймач С
1	1	3	6
2	1	2	4
3	1	6	18
4	1	7	8
5	1	9	13
6	1	14	15
7	1	17	22
8	1	19	21
9	4	5	6
10	6	10	11
11	6	12	16
12	6	17	20

Таблиця 4

№ точки	m (мм)	№ точки	m (мм)	№ точки	m (мм)
1	4,714	8	5,031	15	6,182
2	4,502	9	5,861	16	3,862
3	4,105	10	6,182	17	4,876
4	5,171	11	5,861	18	5,031
5	3,006	12	5,402	19	5,436
6	5,031	13	5,031	20	5,402
7	5,402	14	5,402	21	5,072

---

ДП "Український інститут промислової власності" (Укрпатент)  
Україна, 01133, Київ-133, бульв. Лесі Українки, 26  
(044) 295-81-42, 295-61-97

---

Підписано до друку \_\_\_\_\_ 2002 р. Формат 60х84 1/8  
Обсяг \_\_\_\_\_ обл.-вид арк. Тираж 50 прим. Зам. \_\_\_\_\_

---

УкрІНТЕІ, 03680, Київ-39 МСП, вул. Горького, 180  
(044) 268-25-22

---