



УКРАЇНА

(19) UA (11) 37168 (13) A

(51) 7 G09B23/02, G09B23/08

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ

## ОПИС

ДО ДЕКЛАРАЦІЙНОГО ПАТЕНТУ  
НА ВИНАХІДвидається під  
відповідальність  
власника  
патенту

## (54) НАОЧНИЙ ПОСІБНИК З МАТЕМАТИКИ

(21) 2000041844

(22) 03.04.2000

(24) 16.04.2001

(33) UA

(46) 16.04.2001, Бюл. № 3, 2001 р.

(72) Єфремов Микола Федорович, Єфремов Сергій Миколайович, Ставицька Анна Анатоліївна

(73) Відкрите акціонерне товариство "Концерн Стирол", Автомобільно-дорожній інститут Донецького державного технічного університету

(57) 1. Наочний посібник з математики, який містить передню панель із прозорого матеріалу з нанесеною на її поверхні декартовою системою координат, паралельну їй задню панель, прокладки, що фіксують відстань між панелями, стержні і шарніри, який **відрізняється** тим, що посібник містить набір пластин, виконаних у формі півплощин, які утворюють своїми прямими межами вікно-паралелограм, пластини змонтовані між панелями із можливістю плоскопаралельних переміщень, які зберігають інваріантними форму і площу вікно-паралелограма, пластини шарнірно закріплені на задній панелі і попарно з'єднані стержнями так, що вузли кріплення і з'єднання кожної пари є вершинами двох незалежних шарнірних паралелограмів,

дві суміжні пластини, які утворюють гострий кут вікна-паралелограма, із можливістю повороту в вершині цього кута, закріплені на задній панелі в точці, що відповідає початку координат, а дві інші пластини - із можливістю повороту, закріплені на задній панелі, відповідно, одна - в точці перетину її прямої межі з віссю ординат, друга - в вершині тупого кута вікна-паралелограма, кожна пара пластин оснащена поворотним важелем, який виходить за межі панелей через зазор між ними.

2. Наочний посібник за п. 1, який **відрізняється** тим, що прокладки між панелями мають Г-подібну форму і виконані із можливістю обмеження руху поворотних важелів.

3. Наочний посібник за п. 1, який **відрізняється** тим, що передня панель містить прозору зону огляду у формі прямокутника зі сторонами, паралельними краям панелі, в межах якого переміщується вікно-паралелограм.

4. Наочний посібник за п. 1, який **відрізняється** тим, що непрозора частина передньої панелі і рухомі пластини мають однакове забарвлення, яке відрізняється від кольору поверхні задньої панелі, що розглядається через вікно-паралелограм.

Винахід відноситься до навчальних посібників з математики і може бути використаний у навчальному процесі при вивченні визначників.

Відомий наочний посібник, який містить лист підкладки, на якому нанесена декартова система координат, розміщену на листі прозору смугу із можливістю її повороту навколо початку координат, елемент, який охоплює прозору смугу із можливістю його телескопічного висунення, прозорий покриваючий лист, укладений на відстані, що визначається товщиною прокладок. Покриваючий лист виконаний із прорізом, в який входить кнопка, що є на телескопічному елементі, і служить для зміни його положення відносно прозорої смуги. На смугу та елементі нанесена пряма, що проходить через початок координат, яка візуально демонструє лінійну залежність. [1. Заявка Великобританії № 2163587, МКИ<sup>4</sup> G 09 B 23/02, 1989 г.].

Недоліком цього наочного посібника є те, що він демонструє лінійну залежність тільки у вигляді прямої, яка проходить через початок координат,

що не дозволяє демонструвати геометричний зміст визначника другого порядку.

Найбільш близьким за своєю технічною сутністю є пристрій, який містить розміщені між вертикальними панелями шарнірно з'єднані одними кінцями стрілочні покажчики горизонтальної і вертикальної складових вектора, стрілочний покажчик рівнодіючої сили і зв'язаний з ним шарнірний паралелограм; дві пари взаємоперпендикулярних валів із направляючими роликами і приводними маховиками і дві взаємоперпендикулярні рамки, зв'язані між собою розташованим в їх прорізах пальцем. Шарнірний паралелограм утворений двома парами тягових елементів. Стрілочні покажчики горизонтальної і вертикальної складових вектора з'єднані з кінцями рамок, стрілочний покажчик вектора рівнодіючої сили з'єднаний із пальцем. На задній панелі є дуговий проріз, з яким зв'язане коромисло, що взаємодіє із шарнірним паралелограмом. Направляючі ролики змонтовані із можливістю нахилу їх осей, для чого вони мають шарні-

(13) A

(11) 37168

(19) UA

ри, які складаються із жорстко зв'язаних з валами втулок і розміщених одне в одному кілець, зовнішнє з яких взаємодіє із тяговими елементами [2. А.с. СССР № 1494030, МКИ<sup>4</sup> G 09 B 23/08, 1989 г. - прототип].

Недоліком пристрою є те, що площа шарнірного паралелограма не має властивості інваріантності, а тому він не може бути моделлю визначника другого порядку.

В основу винаходу поставлена задача вдосконалення наочного посібника за рахунок конструктивного виконання його елементів, що сприяє поліпшенню процесу сприйняття математичних понять шляхом ілюстрації геометричного змісту визначника другого порядку.

Поставлена задача досягається шляхом того, що наочний посібник містить передню панель із прозорого матеріалу із нанесеною на її поверхні декартовою системою координат, паралельну їй задню панель і прокладку, які фіксують відстань між ними. За допомогою стержнів і шарнірів між панелями змонтовані, із можливістю плоскопаралельних переміщень, чотири пластини у формі півплощин, які своїми прямими межами утворюють рухоме вікно у вигляді паралелограма із незмінною площею; пластини закріплені на задній панелі і попарно з'єднані стержнями так, що вузли кріплення і з'єднання кожної пари є вершинами двох незалежних шарнірних паралелограмів; дві суміжні пластини, що утворюють гострий кут вікна-паралелограма, із можливістю повороту у вершині цього кута, закріплені на задній панелі в точці, яка відповідає початку координат, а дві інші пластини - із можливістю повороту - закріплені на задній панелі, відповідно, одна - в точці перетину її прямої межі із віссю ординат, друга - у вершині тупого кута вікна-паралелограма; кожна пара пластин оснащена поворотним важелем, який виходить за межі панелей через зазор між ними. Прокладки між панелями мають Г-подібну форму і виконані із можливістю обмеження руху поворотних важелів. Передня панель містить прозору зону огляду у формі прямокутника зі сторонами, паралельними краям панелі, в межах якого переміщується вікно-паралелограм. Непрозора частина передньої панелі і рухомі пластини мають однакове забарвлення, яке відрізняється від кольору поверхні задньої панелі, що проглядається через вікно-паралелограм.

Пропонована сукупність конструктивних елементів наочного посібника дозволяє підвищити дидактичний ефект, сприяє швидкому засвоєнню математичних понять.

На фіг. 1 зображено загальний вигляд посібника.

На фіг. 2, 3, 4 - його фронтальна проекція, без передньої панелі, із розміщенням вікна-паралелограма, що демонструє вихідний і два перетворені визначника. Тонкими лініями показані межі зони огляду і координатні осі, виконані на передній панелі.

Наочний посібник містить передню панель 1 із прозорого матеріалу з нанесеною на її поверхні декартовою системою координат (фіг. 1) і паралельну їй задню панель кріплення 2. Між панелями 1 і 2 змонтовані пластини 3-6 (фіг. 2), виконані у формі півплощин, які утворюють своїми прямими ме-

жами вікно у вигляді паралелограма OABC, через яке проглядається поверхня панелі 2. Пластини 3-6 кріпляться шарнірно до панелі 2, відповідно: в точці O - пластини 3 і 5; в точці A - пластина 6; пластина 4 - в точці 7, яка є перетином прямої межі цієї пластини з віссю ординат. Пластини 3 і 4 стержнем 8 з'єднані між собою шарнірно в точках 9 і 10 так, що точки O, 7, 9, 10 є вершинами шарнірного паралелограма. Аналогічно, пластини 5 і 6, розміщені поверх пластин 3 і 4, стержнем 11 з'єднані між собою шарнірно в точках 12 і 13. До пластин 3 і 5 жорстко прикріплені поворотні важелі 14 і 15, які виходять за межі панелей через зазори між ними. Відстань між панелями 1 і 2 визначається товщиною пластин 4 і 6 і регулюється Г-подібними прокладками 16, які служать одночасно обмежниками повороту важелів 14 і 15.

Для підвищення дидактичного ефекту на панелі 1 прозорою є тільки зона огляду у вигляді прямокутника (фіг. 1), зі сторонами, паралельними краям панелі, в межах якого зміщується паралелограм OABC. Забарвлення пластин 3-6 і непрозорої частини панелі 1 однакове і відрізняється від кольору задньої панелі 2. Сторони OA і OC імітують радіус-вектори  $\overrightarrow{OA}$  і  $\overrightarrow{OC}$ , координати яких беремо в ролі першого і другого рядка визначника другого порядку.

Наочний посібник використовують таким чином. Хай необхідно продемонструвати геометричний зміст визначника другого порядку. Рухом до упору важеля 14 вгору і важеля 15 вправо приводимо пристрій у вихідне положення (фіг. 2), демонструючи при цьому паралелограм OABC. Хай  $\overrightarrow{OA} = \{a_1, b_1\}$  і  $\overrightarrow{OC} = \{a_2, b_2\}$ . Тоді цим векторам (паралелограму OABC) відповідає визначник

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1,$$

де:  $\Delta$  - визначник другого порядку, верхній рядок якого є координати вектору  $\overrightarrow{OA}$ , а нижній - координати вектору  $\overrightarrow{OC}$ ;

$a_1, b_1$  - координати вектору  $\overrightarrow{OA}$  у декартовій системі координат (ХОУ);

$a_2, b_2$  - координати вектору  $\overrightarrow{OC}$  у декартовій системі координат (ХОУ);

$\Delta$  - позначка визначника другого порядку.

Рухом важеля 15 вліво до упору (до суміщення сторони OC з віссю ординат) перетворюємо вихідний паралелограм OABC в OAB<sub>1</sub>C<sub>1</sub> (фіг. 3). Бачимо, що вектор  $\overrightarrow{OA}$ , тобто перший рядок визначника, і площа паралелограма залишилися без змін. Із рівняння прямої CB

$$\frac{x - a_2}{a_1} = \frac{y - b_2}{b_1},$$

виходить, що  $\overrightarrow{OC} = \left\{0, b_2 - \frac{b_1 a_2}{a_1}\right\}$ . Отже, паралелограму OAB<sub>1</sub>C<sub>1</sub> відповідає визначник

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & b_2 - \frac{b_1 a_2}{a_1} \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1,$$

де  $\Delta_1$  - визначник другого порядку, верхній рядок якого є координати вектору  $\overline{OA}$ , а нижній - координати вектору  $\overline{OC_1}$ ;

$0, b_2 - \frac{b_1 a_2}{a_1}$  - координати вектору  $\overline{OC_1}$  в декартовій системі координат:

Рухом важеля 14 вниз до упору (до суміщення сторони  $OA$  з віссю абсцис) перетворюємо паралелограм  $OAB_1C_1$  в  $OA_1B_2C_1$  (фіг. 4). Бачимо, що отриманий прямокутник  $OA_1B_2C_1$  рівновеликий  $OAB_1C_1$ , а відповідний йому визначник

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & b_2 - \frac{a_2 b_1}{a_1} \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

де:  $\Delta_2$  - визначник другого порядку, верхній рядок якого є координати вектору  $\overline{OA_1}$ , а нижній - координати вектору  $\overline{OC_1}$ ;

А тому як

$$S_{OA_1B_2C_1} = |\overline{OA_1}| |\overline{OC_1}| = |a_1| \cdot \left| b_2 - \frac{a_2 b_1}{a_1} \right| = |a_1 b_2 - a_2 b_1|,$$

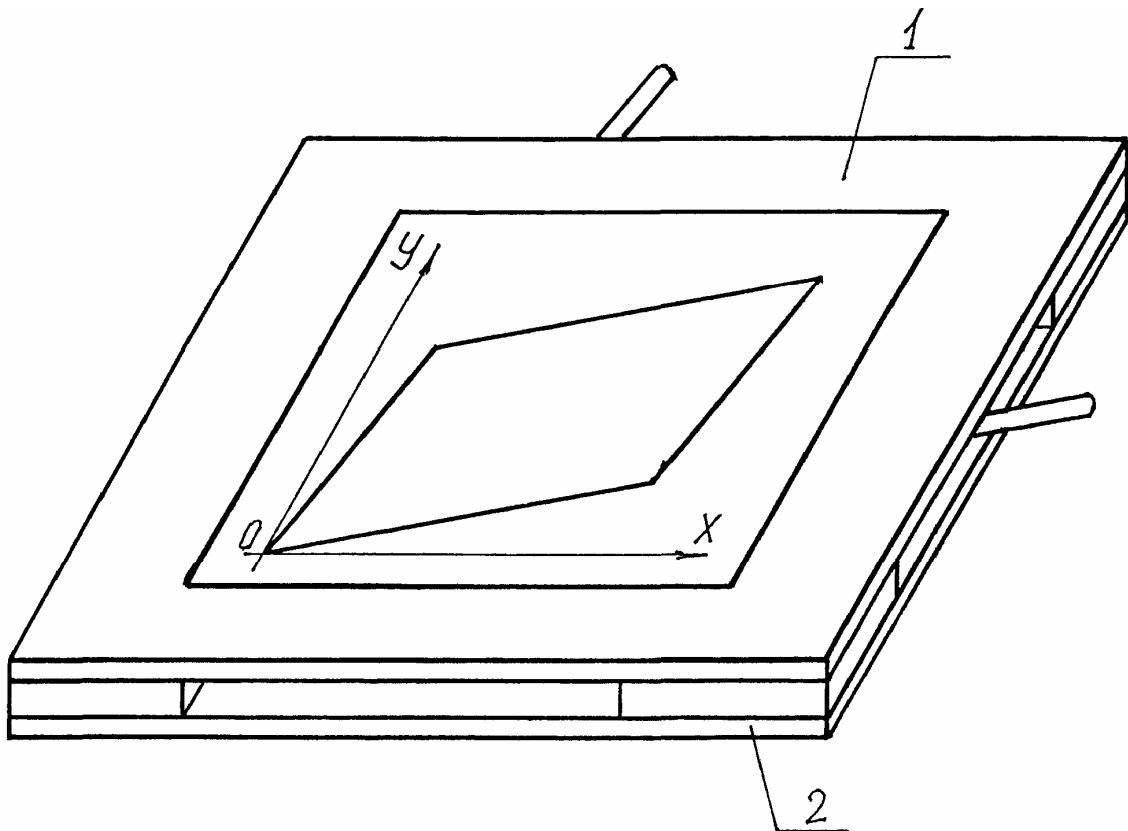
то маємо

$$|\Delta| = |\Delta_1| = |\Delta_2| = S_{OA_1B_2C_1} = S_{OA_1B_1C_1} = S_{OABC},$$

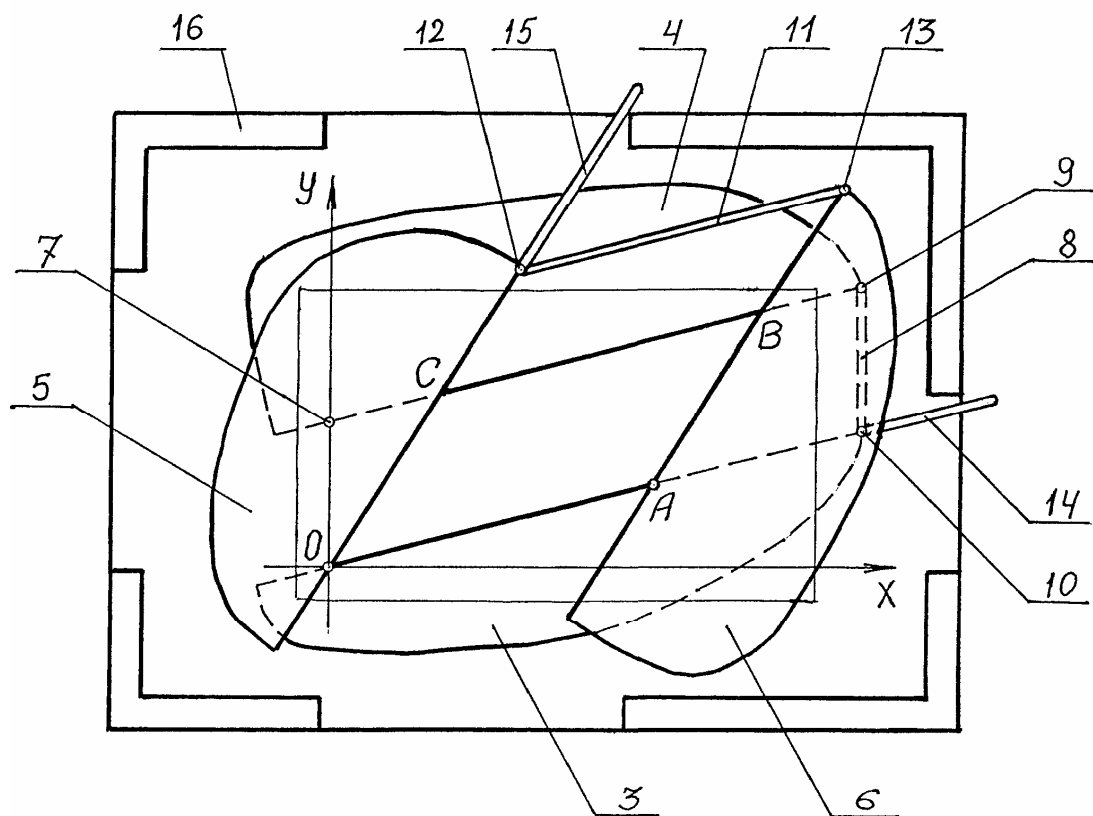
де:  $S_{OA_1B_2C_1}$ ,  $S_{OA_1B_1C_1}$ ,  $S_{OABC}$  - площа прямокутників  $OA_1B_2C_1$ ,  $OA_1B_1C_1$  та  $OABC$ , відповідно.

Отже, визначник другого порядку чисельно дорівнює площі паралелограма, збудованого на векторах - рядках цього визначника. Аналогічний висновок отримаємо і відносно стовпців, якщо  $\overline{OA}$  і  $\overline{OC_1}$  розглядати як вектори - стовпці визначника.

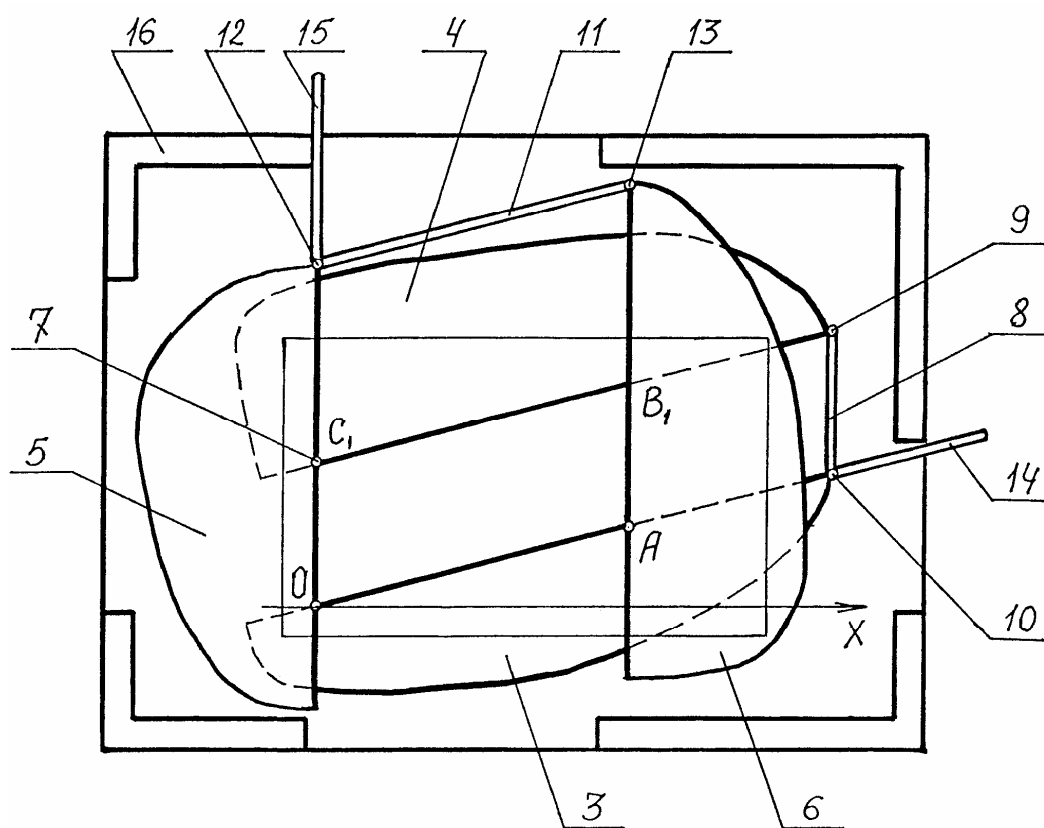
Таким чином, застосування наочного посібника дозволяє вдосконалити процес сприйняття математичних понять шляхом ілюстрації геометричного змісту визначника другого порядку за допомогою пропонованого наочного посібника.



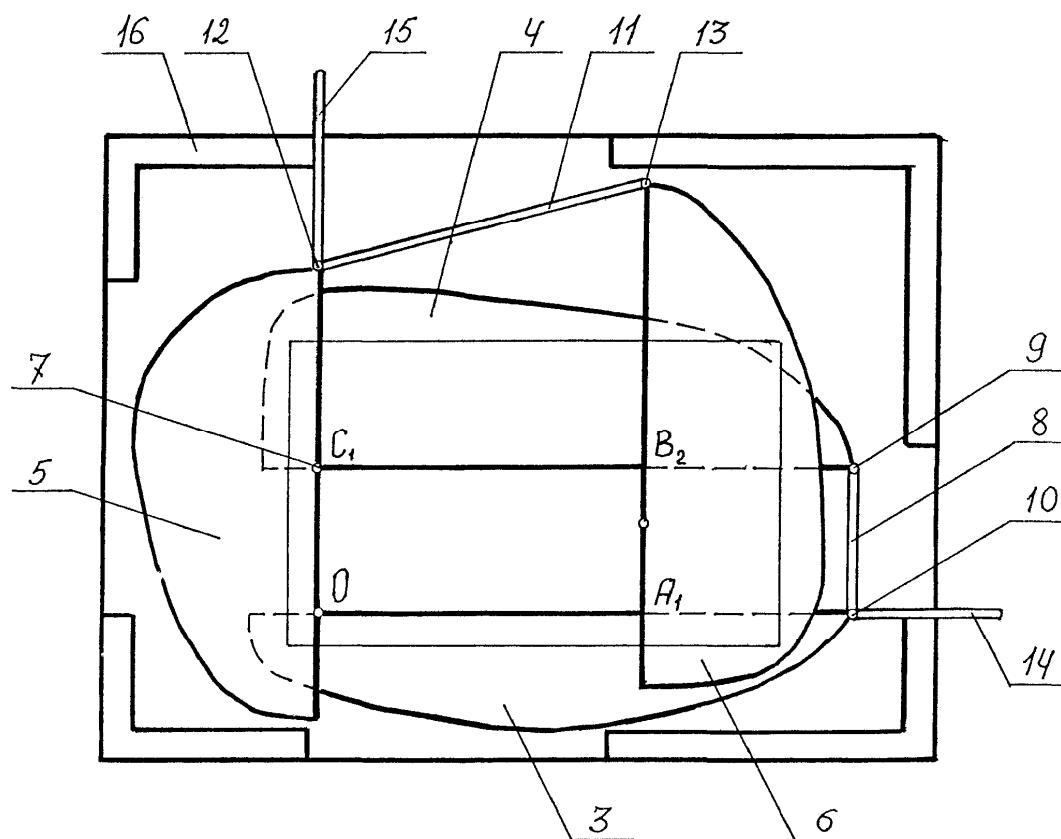
Фіг. 1



**Fig. 2**



**Fig. 3**



Фіг. 4

ДП "Український інститут промислової власності" (Укрпатент)  
 Україна, 01133, Київ-133, бульв. Лесі Українки, 26  
 (044) 295-81-42, 295-61-97

Підписано до друку \_\_\_\_\_ 2001 р. Формат 60x84 1/8.  
 Обсяг \_\_\_\_\_ обл.-вид. арк. Тираж 50 прим. Зам. \_\_\_\_\_

УкрІНТЕІ, 03680, Київ-39 МСП, вул. Горького, 180.  
 (044) 268-25-22