



УКРАЇНА

(19) UA (11) 41445 (13) U
(51) МПК (2009)
G01R 23/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІ

ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

видається під
відповідальність
власника
патенту

(54) СПОСІБ ВИМІРЮВАННЯ ЧАСТОТИ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ

1

(21) u200814165

(22) 09.12.2008

(24) 25.05.2009

(46) 25.05.2009, Бюл.№ 10, 2009 р.

(72) ОМЕЛЬЧУК ІГОР ПАВЛОВИЧ, UA, ПРОКО-
ПЕНКО ІГОР ГРИГОРОВИЧ, UA(73) НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИ-
ТЕТ, UA

(57) Спосіб вимірювання частоти гармонічного сигналу, який полягає у накопиченні суми квадратів відліків x_k , $k = \overline{2, N-1}$, окрім першого та останнього, з вибірки, розміром N , вхідних відліків x_i , $i = \overline{1, N}$, виміряних із постійним інтервалом часової дискретизації τ , утворенні множини здвоєних значень, кожне з котрих є сумою двох вхідних відліків, розташованих один від одного на відстані двох інтервалів часової дискретизації $u_k = x_{k-1} + x_{k+1}$, $k = \overline{2, N-1}$, накопиченні суми добутоків кожного здвоєного значення u_k з вхідним відліком x_k , який знаходиться, за часом, між двома вхідними відліками, за якими утворено це здвоєне значення, здійсненні нелінійного перетворення

2

зменшеного вдвічі параметра гармонічного сигналу α по закону арккосинуса з масштабуванням результату нелінійного перетворення, обернено пропорційно збільшеному в 2π разів значенню інтервалу часової дискретизації, результатом чого є виміряна частота, який **відрізняється** тим, що додатково накопичують суму квадратів усіх здвоєних значень u_k , $k = \overline{2, N-1}$, визначають нормований коефіцієнт накопичення B , як відношення різниці між накопиченою сумою квадратів здвоєних значень та подвоєною накопиченою сумою квадратів відліків до подвоєної накопиченої суми добутоків, а параметр гармонічного сигналу визначають шляхом нелінійного перетворення нормованого коефіцієнта накопичення у залежності від діапазону вимірювання частот за правилом

$\alpha = B \pm \sqrt{B^2 + 2}$, причому для вимірювання у межах частот від 0 до $1/(4\tau)$ Гц, де τ визначають в секундах, перед знаком квадратного кореня використовують операцію додавання "+", у межах частот від $1/(4\tau)$ до $1/(2\tau)$ Гц використовують операцію віднімання "-".

Спосіб відноситься до електронної та обчислювальної техніки, і може бути використаний при створенні приладів для вимірювання параметрів електричних, акустичних та радіосигналів, зокрема у енергетичних, локаційних, навігаційних та комунікаційних системах.

Відомий спосіб визначення гармонічного сигналу [1], де за виміром середнього значення сигналу та двох середніх значень добутоків вимірювального сигналу з опорними сигналами, що змінюються за законами синусу та косинусу, утворюють сигнал з цих величин, який є функцією частоти, послідовно змінюють частоту опорного сигналу до отримання максимального значення утвореного сигналу, при якому частоту опорного сигналу приймають за результат вимірювання, і визначають амплітуду, початкову фазу та постійну складову сигналу.

Спільними ознаками відомого способу та запропонованого є операції виміру значень добутоків

сигналів. Однак визначення частоти гармонічного сигналу здійснюється ітераційним шляхом, що потребує значних програмно-апаратних ресурсів для його технічної реалізації.

Найбільш близьким до запропонованого є спосіб вимірювання частоти гармонічного сигналу [2], який полягає у накопиченні суми квадратів відліків x_k , $k = \overline{2, N-1}$, окрім першого та останнього, з вибірки, розміром N , вхідних відліків x_i , $i = \overline{1, N}$, виміряних із постійним інтервалом часової дискретизації τ , утворенні множини здвоєних значень, кожний з котрих є сумою двох вхідних відліків, розташованих один від одного на відстані двох інтервалів часової дискретизації, $u_k = x_{k-1} + x_{k+1}$, $k = \overline{2, N-1}$, накопиченні суми добутоків кожного об'єднаного сигналу u_k з вхідним відліком x_k , який знаходиться, за часом, між двома вхідними відліками, що

(13) U

(11) 41445

(19) UA

утворили цей зворотно значення, визначенні параметру гармонічного сигналу α , як відношення накопиченої суми добутків до накопиченої суми квадратів відліків, здійсненні нелінійного перетворення по закону арккосинуса зменшеного на двоє параметру гармонічного сигналу α та масштабування цього результату, обернено пропорційно значенню інтервалу часової дискретизації, збільшеному в 2π разів, що є вимірюваною частотою.

Спільним ознаками прототипу та запропонованого способу є операції накопичення суми квадратів відліків сигналу, окрім двох крайніх, вимірних з постійним інтервалом дискретизації, утворення множини зворотних значень, кожне з котрих є сумою двох вхідних відліків, розташованих один від одного на відстані двох інтервалів часової дискретизації, накопичення суми добутків кожного зворотно значення з вхідним відліком, який знаходиться, за часом, між двома вхідними відліками, що утворили цей об'єднаний сигнал, здійснення нелінійного перетворення по закону арккосинуса зменшеного на двоє параметру гармонічного сигналу та масштабування цього результату, обернено пропорційно збільшеному в 2π разів значенню інтервалу часової дискретизації, що є вимірюваною частотою. Однак відомий спосіб має значні похибки вимірювання частоти гармонічного сигналу.

В основу винаходу поставлено задачу створити прямий спосіб вимірювання частоти гармонічного сигналу шляхом застосування додаткових операцій обробки вхідних відліків, що забезпечить зменшення похибки вимірювання частоти гармонічного сигналу.

Поставлена задача удосконалити винахід вирішується тим, що у способі вимірювання частоти гармонічного сигналу, який полягає у накопиченні суми квадратів відліків $x_k, k = \overline{2, N-1}$, окрім першого та останнього, з вибірки, розміром N , вхідних відліків $x_i, i = \overline{1, N}$, вимірних із постійним інтервалом часової дискретизації τ , утворенні множини зворотних значень, кожне з котрих є сумою двох вхідних відліків, розташованих один від одного на відстані двох інтервалів часової дискретизації, $u_k = x_{k-1} + x_{k+1}, k = \overline{2, N-1}$, накопиченні суми добутків кожного об'єднаного сигналу u_k з вхідним відліком x_k , який знаходиться, за часом, між двома вхідними відліками, що утворили цей об'єднаний сигнал, здійсненні нелінійного перетворення по закону арккосинуса зменшеного на двоє параметру гармонічного сигналу α та масштабування цього результату, обернено пропорційно збільшеному в 2π разів значенню інтервалу часової дискретизації, що є вимірюваною частотою, додатково накопичують суму квадратів усіх об'єднаних сигналів $u_k, k = \overline{2, N-1}$, визначають нормований коефіцієнт накопичення B , як відношення різниці між накопиченою сумою квадратів об'єднаних сигналів та подвоєною накопиченою сумою квадратів відліків до подвоєної накопиченої суми добутків, а пара-

метр гармонічного сигналу визначають шляхом нелінійного перетворення нормованого коефіцієнту накопичення у залежності від діапазону вимірювання частот за правилом $\alpha = B \pm \sqrt{B^2 + 2}$, причому, для вимірювання частот у межах від 0 до $1/(4\tau)$ Гц, де τ визначається в секундах, перед знаком квадратного кореню використовується операція додавання «+», у межах від $1/(4\tau)$ до $1/(2\tau)$ Гц використовується операція віднімання «-».

Сутність способу ґрунтується на наступних положеннях.

Нехай гармонічний сигнал представляється дискретною послідовністю, розміром N з постійним інтервалом дискретизації τ , значень

$$s_i = A \sin[2\pi f \tau(i-1) + \varphi_0], i = \overline{1, N} \quad (1)$$

із невідомими, але незмінними на інтервалі вимірювання параметрами: частотою f , амплітудою A та початковою фазою φ_0 . Вхідні відліки сигналу

$$x_i = s_i + \eta_i, i = \overline{1, N} \quad (2)$$

вимірюються в суміші з адитивною некорельованою центрованою гаусівською завадою η_i ; невідомої потужності σ^2 . Вимірювання частоти здійснюється на підставі методу максимальної правдоподібності. Для цього використаємо лінійне перетворення, інваріантне до амплітуди та початкової фази гармонічного сигналу, у вигляді:

$$z_i = x_{i+1} - \alpha x_i + x_{i-1}, i = \overline{2, N-1}, \quad (3)$$

Де

$$\alpha = 2 \cos(2\pi / \tau) \quad (4)$$

- параметр рекурентної форми представлення дискретного гармонічного сигналу:

$$s_{i+1} = \alpha s_i - s_{i-1}, i = \overline{2, N-1}. \quad (5)$$

Послідовність величин $\{z_i\}$ (3), із врахуванням виразів (2) та (5), можна записати як:

$$z_i = (s_{i+1} - \alpha s_i + s_{i-1}) + (\eta_{i+1} - \alpha \eta_i + \eta_{i-1}) = (\eta_{i+1} - \alpha \eta_i + \eta_{i-1}), i = \overline{2, N-1}$$

Тобто кожна величина z_i , як сума центрованих гаусівських шумів, є гаусівською з нульовим математичним сподіванням та з дисперсією:

$$\sigma_z^2 = \sigma^2 + \alpha^2 \sigma^2 + \sigma^2 = \sigma^2 (2 + \alpha^2). \quad (6)$$

У припущенні про незалежність усіх значень послідовності $\{z_i\}$ логарифм її багатовимірної функції правдоподібності (ФП) записується як:

$$\ln L(z_2, \dots, z_{N-1} | \alpha, \sigma) = \ln \frac{\sigma_z^{-(N-2)}(\alpha)}{\sqrt{(2\pi)^{N-2}}} - \frac{\sum_{i=2}^{N-1} z_i^2(\alpha)}{2\sigma_z^2(\alpha)}$$

Після диференціювання ФП за змінною α , прирівнювання результату до нуля та тотожних перетворень отримаємо одне з рівнянь правдоподібності:

$$(N-2)\sigma_z^3(\alpha) \frac{d\sigma_z(\alpha)}{d\alpha} + \sigma_z^2(\alpha) \sum_A(\alpha) - \sigma_z(\alpha) \frac{d\sigma_z(\alpha)}{d\alpha} \sum_B(\alpha) = 0, \quad (7)$$

де позначено: $\sum_A(\alpha) = \sum_{i=2}^{N-1} \left[z_i(\alpha) \frac{dz_i(\alpha)}{d\alpha} \right]$

та $\sum_B(\alpha) = \sum_{i=2}^{N-1} z_i^2(\alpha)$.

Згідно з формулою дисперсії (6), запишемо наступні вирази:

$$\begin{aligned} \sigma_z(\alpha) &= \sigma \sqrt{2 + \alpha^2}, \frac{d\sigma_z(\alpha)}{d\alpha} = \\ &= \sigma \alpha / \sqrt{2 + \alpha^2}, \sigma_z(\alpha) \frac{d\sigma_z(\alpha)}{d\alpha} = \sigma^2 \alpha \end{aligned}$$

підставивши які у рівняння (7), перетворюємо останнє до виду:

$$(N-2)\alpha(2 + \alpha^2)\sigma^2 + (2 + \alpha^2)\sum_A(\alpha) - \alpha\sum_B(\alpha) = 0.$$

Якщо прийняти припущення про незначний рівень шумів та знехтувати, на підставі цього, у останньому рівнянні першим членом, то після тождних перетворень отримаємо квадратне рівняння тільки з однією змінною α :

$$\alpha^2 - 2B\alpha - 2 = 0,$$

де нормований коефіцієнт накопичення позначено як:

$$B = \left\{ \sum_{i=2}^{N-1} (x_{i+1} + x_{i-1})^2 - 2 \sum_{i=2}^{N-1} x_i^2 \right\} / \left\{ 2 \sum_{i=2}^{N-1} (x_{i+1} + x_{i-1}) x_i \right\} \quad (8)$$

Це рівняння завжди має два дійсних корені:

$\alpha_{1,2}^{(+,-)} = B \pm \sqrt{B^2 + 2}$, за одним із котрих α_B , відповідно до формули (4), частота визначається як:

$$f = (2\pi\tau)^{-1} \arccos(\alpha_B / 2),$$

а другий корінь повинен бути відкинутий. З метою визначення критерію вибору кореня підставимо у вираз (8) замість вхідних відліків $\{x_i\}$ відповідні значення гармонічного сигналу (1) без шуму, та після тригонометричних перетворень, позначивши $\gamma = 2\pi f\tau$, отримаємо:

$$B = (2 \cos^2 \gamma - 1) / (2 \cos \gamma).$$

Підставимо цей вираз у формулу (8), тоді справедливо:

$$\alpha_{1,2}^{(+,-)} = \frac{2 \cos^2 \gamma - 1}{2 \cos \gamma} \pm \frac{2 \cos^2 \gamma + 1}{2 |\cos \gamma|}.$$

У випадку, коли частота, що вимірюється, знаходиться в межах від 0 до $1/(4\tau)$ Гц, де τ визначається в секундах, тобто $0 < \gamma < \pi/2$ та $\cos \gamma > 0$, вірним є корінь $\alpha_B = \alpha_1^{(+)} = 2 \cos \gamma$, а корінь $\alpha_2^{(-)} = -1/\cos \gamma$ - хибний (сигнал управляючого входу U пристрою має признак операції "+"); якщо знаходиться в межах від $1/(4\tau)$ до $1/(2\tau)$ Гц, тобто $\pi/2 < \gamma < \pi$ та $\cos \gamma < 0$, вірним є корінь $\alpha_B = \alpha_2^{(-)} = 2 \cos \gamma$, $\alpha_1^{(+)} = -1/\cos \gamma$ - хибний (сигнал

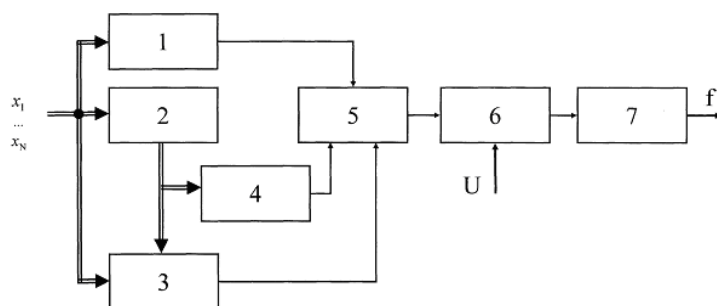
управляючого входу U пристрою має признак операції "-").

Технічна реалізація запропонованого способу, наприклад, може бути виконана у вигляді пристрою, наведеного на Фіг.1, який містить блок накопичування суми квадратів відліків 1, блок утворення множини об'єднаних сигналів 2, блок накопичування суми добутків 3, об'єднані входи котрих, по-трое від кожного з цих блоків, є входами пристрою, містить блок накопичування суми квадратів об'єднаних сигналів 4, блок обчислення нормованого коефіцієнту накопичення 5, три входи якого окремо з'єднані з виходами блоків накопичування суми квадратів відліків 1, накопичування суми добутків 3, накопичування суми квадратів об'єднаних сигналів 4, а також містить блок обчислення параметру гармонічного сигналу 6, перший вхід якого з'єднаний з виходом блоку обчислення нормованого коефіцієнту накопичення 5, та блок обчислення частоти гармонічного сигналу 7, вихід якого є виходом пристрою, а вхід з'єднаний з виходом блоку обчислення параметру нормованого коефіцієнту накопичення 6, причому другий вхід вибору операції знаку блоку обчислення параметру гармонічного сигналу 6 є управляючим входом пристрою. Функціональне призначення кожного з блоків пристрою та вид операції, яку він здійснює, однозначно визначається назвою відповідної операції запропонованого способу.

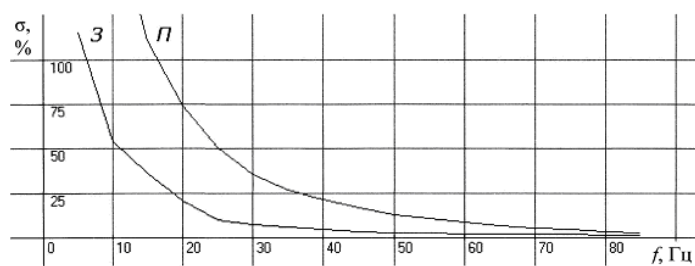
Суттєве зменшення похибок запропонованого способу вимірювання частоти гармонічного сигналу у порівнянні з прототипом доведено методом статистичного моделювання. На Фіг.2 та Фіг.3 наведені графіки залежності відносної середньоквадратичної похибки (ВСКП) вимірювання (σ , %), як функції від істинного значення частоти f , для запропонованого способу (крива - "З") та для прототипу (крива - "П") за наступних умов моделювання: діапазон значень вимірюваної частоти f - 5-85 Гц; час дискретизації $t=0.0023$ с; кількість повторів реалізацій гармонічного сигналу з шумом - 10000 одиниць; кількість вхідних відліків у одній реалізації - 32 одиниць; початкова фаза гармонічного сигналу - 70 градусів; рівень відношення потужностей сигнал/шум (P_s/P_n) - на Фіг.2 - 10дБ, на Фіг.3 - 20дБ.

Джерела інформації:

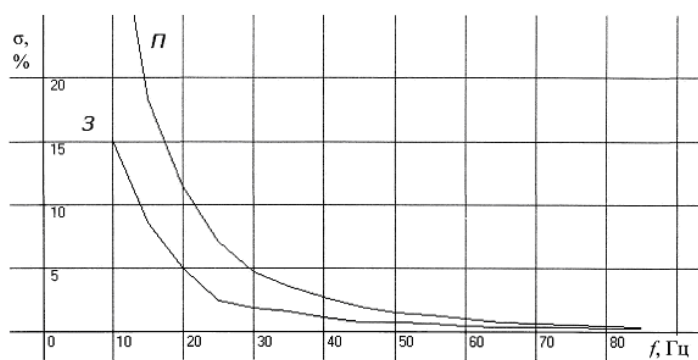
1. М. Я. Минц, В.Н. Линков, А. с. СРСР №1760470 кл. G01R23/00, опубл. 07.09.1992р. у Бюлетені №33
2. А. В. Никитин, С. В. Юшанов. Измерение мгновенной частоты широкополосных сигналов на коротком интервале наблюдения.// Измерительная техника, - 2008. - №2. - С.50-54.



Фіг. 1.



Фіг. 2.



Фіг. 3.