



УКРАЇНА

(19) UA (11) 39527 (13) U
(51) МПК (2009)
G01N 3/00
G01N 3/08

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІ

ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

видається під
відповідальність
власника
патенту

(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНОГО ЗНАЧЕННЯ СТИСКУЮЧОГО НАВАНТАЖЕННЯ ДЕТАЛІ

1

2

(21) u200812910

(22) 05.11.2008

(24) 25.02.2009

(46) 25.02.2009, Бюл.№ 4, 2009 р.

(72) КАРПІНОС БОРИС СЕРГІЙОВИЧ, UA, БАРИ-
ЛО ВІКТОР ГРИГОРОВИЧ, UA

(73) ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МІЦНОСТІ ІМ. Г.С. ПИ-
САРЕНКА НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРА-
ЇНИ, UA

(57) Спосіб визначення граничного значення стис-
куючого навантаження деталі, що включає опера-
ції визначення схеми навантажування, при якій
жорсткість деталі є мінімальною, подальшого на-
вантажування деталі стискующим зусиллям і її од-
ночасного навантажування за визначеною схемою,
при якій жорсткість деталі є мінімальною, під час

якого реєструють лінійну деформацію деталі в
ділянці, де прикладають зусилля за схемою, при
якій жорсткість деталі є мінімальною, і визначають
зміну жорсткості деталі в згаданій ділянці, за яки-
ми визначають граничне значення стискующего
навантаження деталі з виразу:

$$P_{np} = P \left(1 + \frac{f_1}{\Delta f_1} \right),$$

де f_1 - деформація деталі в ділянці, де приклада-
ють зусилля за схемою, при якій жорсткість деталі
є мінімальною без навантажування деталі стиску-
ющим зусиллям; Δf_1 - зміна деформації f_1 під час
навантажування деталі стискующим зусиллям Р.

Пропонована корисна модель відноситься до
способів дослідження матеріалів на міцність та
руйнування, зокрема для досліджень з метою ви-
значення граничного значення стискующего наван-
таження деталі машини.

Відомий спосіб дослідження на міцність зраз-
ків матеріалів при стиску, під час якого визначають
граничне значення стискующего навантаження
зразка [ГОСТ 25.503-97 «Расчеты и испытания на
прочность. Методы механических испытаний ме-
таллов. Метод испытания на сжатие», - М.: СТАН-
ДАРТЫ. - 1997].

Недоліком даного способу є те, що під час
проведення дослідів не враховується ряд факторів,
які впливають на точність отриманого результату,
а саме реальна форма деталі, її кріплення, наяв-
ність дефектів (геометричних, внутрішніх, та де-
фектів складу матеріалу). Крім того часто натурні
дослідження є неефективними, оскільки вимага-
ють суттєвих витрат та не враховують основні по-
хибки. Також опір зразків деформування у повздо-
вжньому напрямку із збільшенням навантаження
включно до граничного міняється несуттєво, а по-
тім він різко прямує до нульового значення, і дана
обставина вимагає використання об'ємних формул

та методів для обробки результатів, що в свою
чергу потребує часу та містить похибки.

Заявником під час патентно-інформаційних
досліджень не виявлені способи визначення гра-
ничного значення стискующего навантаження саме
на деталях машин, зокрема на деталях складної
форми.

В основу пропонованого способу поставлена
задача створення способу визначення граничного
значення стискующего навантаження деталей
складної форми, який би дав можливість уникнути
похибок, що виникають під час дослідження деталі
через її внутрішні дефекти, та дефекти матеріалу
деталі, і тим самим дозволив би отримати досто-
вірний результат.

Пропонований спосіб визначення граничного
значення стискующего навантаження деталі вклю-
чає операції визначення схеми навантажування,
при якій жорсткість деталі є мінімальною, наван-
тажування деталі стискующим зусиллям і одночас-
но навантажування за визначеною схемою, при
якій жорсткість деталі є мінімальною, під час якого
реєструють лінійну деформацію деталі в ділянці,
де прикладають зусилля за схемою, при якій жор-
сткість деталі є мінімальною і визначають зміну
жорсткості деталі в згаданій ділянці, за якими ви-

U
(13)
39527
(11)
UA
(19)

значають граничне значення стискуючого навантаження P_{np} деталі з виразу:

$$P_{np} = P \left(1 + \frac{f_1}{\Delta f_1} \right),$$

де f_1 - деформація деталі в ділянці, де прикладають зусилля за схемою, при якій жорсткість деталі є мінімальною без навантажування деталі стискуючим зусиллям; Δf_1 - зміна деформації f_1 під час навантажування деталі стискуючим зусиллям P .

Особливістю пропонованого способу є те, що для визначення граничного навантаження деталей визначають зміну жорсткості частини деталі, матеріал якої частково руйнується при навантаженнях, значення яких є менші за граничні. Для цього виготовляють зразок, який має такий самий концентратор (тріщину), форму і схему навантаження, що і досліджувана деталь, але значно менших розмірів. Такий зразок має меншу жорсткість і змінюється вона поступово (більш в'язко). Деталь змінює жорсткість раптово (більш крихко) при інших станах матеріалу і значеннях критеріїв міцності. Впливає масштабний фактор. По зміні жорсткості зразка розміром R_0 рахують граничні напруження і переміщення в деталі розміром r за формулами

$$\sigma = \frac{G_1 u_0}{R_0} + \left(\frac{G_2 R_0^{n-1}}{r^n} - \frac{G_1}{R_0} \right) \int f(u_0) du_0,$$

$$\frac{u}{r} = \frac{u_0}{R_0} + \left(\frac{R_0^{n-1}}{r^n} - \frac{1}{R_0} \right) \int f(u_0) du_0,$$

де G_1 і G_2 - коефіцієнти пружності, що залежать від матеріалу і схеми навантаження,

$$G_1 = \frac{E}{1 - (n-1)\mu}, \quad G_2 = -\frac{(n-1)E}{(1+\mu)} - \text{модуль пружності}$$

матеріалу, μ - коефіцієнт Пуассона; n - параметр, що залежить від форми деталі, визначається експериментально, функція $f(u_0)$ дорівнює

$$f(u_0) = \frac{G_0(u_0) - G_1}{G_2 - G_1}, \quad G_0(u_0) - \text{жорсткість зразка, } u_0 -$$

переміщення зразка.

Під час використання пропонованого способу можуть бути використані такі схеми навантаження, при яких жорсткість досліджуваної деталі є мінімальною.

Жорсткість деталі, форма якої є близької до стрижня постійної товщини при шарнірному закріпленні мінімальна, якщо силу прикласти посередині довжини деталі перпендикулярно до неї. При жорсткому закріпленні одного кінця деталі, жорсткість мінімальна, якщо силу прикласти до вільного кінця деталі, перпендикулярно до неї в напрямку мінімального моменту інерції її поперечного перерізу, якщо подовжнє стискає навантаження прикладене в центрі цього перетину. Якщо навантаження істотно зміщене від центру в напрямку максимального моменту інерції (перпендикулярно напрямкові мінімального моменту інерції), то схемою прикладання сил, при якій жорсткість деталі мінімальна, буде прикладання сили в напрямку

максимального моменту інерції. У випадку довільного зсуву навантаження щодо центра ваги перетину напрямком дії сили, що відповідає мінімальній жорсткості знаходиться між напрямком зсуву і напрямком мінімального моменту інерції.

Для тонкостінної деталі незамкнутого профілю (швелер, двотавр, подовжньо розрізаний короб), схемою прикладання сил, при якій жорсткість деталі мінімальна буде прикладання моменту, що скручує.

У загальному випадку схема прикладання сил, при якій жорсткість деталі мінімальна, визначається експериментально, послідовною перевіркою найбільш очевидних комбінацій схем. Вимога мінімальності жорсткості не є суворою. Не є обов'язковим вимірювати жорсткість при схемі, що відповідає найменшій жорсткості. Важливо лише, щоб жорсткість була істотно менша за жорсткість деталі при схемі прикладання основного навантаження і змінювалася більш лінійно, щоб її зміну можна було б надійно вимірити при навантаженнях припустимо менших за граничні.

Приклад. Для обґрунтування можливості виміру змін жорсткості і розрахунку граничного стискаючого навантаження, при якій жорсткість мінімальному і відповідному основному навантаженню стає рівної нулеві, розглянемо найбільш простий випадок розрахунку зміни цих жорсткостей. Найбільш простим є випадок, коли форма деталі близька до форми стрижня постійної товщини, що шарнірно закріплений на кінцях і стискається подовжнім навантаженням. Його жорсткість $G_{\text{прод}}$ У подовжньому напрямку дорівнює

$$G_{\text{прод}} = \frac{EF}{L},$$

де E - модуль пружності матеріалу, F - площа поперечного перерізу стрижня, L - довжина стрижня. Зі збільшенням подовжнього навантаження ця жорсткість змінюється дуже нелінійно. Спочатку вона практично не міняється, а поблизу граничного значення дуже швидко змінюється до нульових і від'ємних значень. Найменшу жорсткість стрижень має при схемі прикладання навантаження перпендикулярно стрижневі в його середині в напрямку мінімального моменту інерції поперечного перерізу. При відсутності подовжньої сили ця жорсткість дорівнює:

$$G_0 = \frac{48EJ}{L^3},$$

де J - мінімальний момент інерції поперечного перерізу стрижня.

При впливі подовжнього навантаження P поперечна жорсткість стрижня G змінюється по наступній залежності:

$$G = \frac{G_0}{3} \frac{\sqrt{(KP)^3}}{\sqrt{KP} - \text{th}\sqrt{KP}},$$

$$\text{де } K - \text{параметр, } K = \frac{L^2}{4EJ}.$$

При стискуючому навантаженні, тобто від'ємних значеннях P жорсткість G залишається дійсною. Уявна одиниця $i = \sqrt{-1}$ скорочується. У діапазоні значень подовжнього навантаження від граничної до нульової

вої відмінності цієї залежності від лінійної апроксимації у вигляді $G = G_0 \left(1 - \frac{P}{P_{\text{пр}}} \right)$ складає менш

половини відсотка. Таким чином, зміна жорсткості при зміні подовжньої сили поблизу безпечно малих і граничних її значень практично однакова, що дозволяє по обміркованій зміні мінімальної жорсткості розрахувати граничне значення подовжнього стискаючого навантаження, використовуючи лінійну апроксимацію. У більш складних випадках, а також при істотній відмінності схеми прикладання сил від схеми, при якій жорсткість деталі мінімальна, але помітно менше ніж при схемі прикладання основного навантаження, необхідно використовувати нелінійну залежність. Але тому що вона буде набагато більш плавної чим залежність жорсткості при схемі прикладання основного навантаження, то мається можливість досить точно оцінити її граничне значення по вимірах зміни жорсткості деталі в безпечному діапазоні значень навантаження.

Приклад 1. Розглянемо простий випадок. Стрижень постійного перетину закріплений шарнірно на кінцях і стискається подовжнім навантаженням. Жорсткість стрижня мінімальна у випадку прикладання сили перпендикулярно стрижневі в його середині. Вимірюємо мінімальну жорсткість без прикладання навантаження. Для цього прикладемо силу, величиною $P_1 = 1 \text{ Н}$. Допустимо, стрижень прогнеться на $f_1 = 0,001 \text{ м}$. У цьому випадку мінімальна жорсткість дорівнює

$$G_0 = \frac{P_1}{f_1} = 1 \text{ кН/м}.$$

Навантажимо стрижень подовжнім стискаючим навантаженням величиною $P = 1 \text{ кН}$. При тій же силі $P_1 = 1 \text{ Н}$ цього разу стрижень прогнеться більше $f_2 = 0,0011 \text{ м}$. Мінімальна жорсткість стрижня зменшиться на величину

$$\Delta G_0 = G_0 - \frac{P_1}{f_2} = 0,0909 \text{ кН/м}.$$

Визначимо в скількох разів прикладена подовжня сила менше граничної. Для цього початкове значення мінімальної жорсткості G_0 розділимо на її зміну при прикладанні сили $P = 1 \text{ кН}$.

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P} = \frac{G_0}{\Delta G_0} = 11.$$

Таким чином, граничне значення подовжньої стискаючої сили дорівнює:

$$P_{\text{пр}} = 11P = 11 \text{ кН}$$

2. Розглянемо складний випадок.

Деталь складної форми має жорсткість при основній схемі прикладання сил рівну $G = 100 \text{ кН/м}$.

Методом проб знаходимо схему, при якій жорсткість деталі помітно менше. Наприклад, $G_0 = 4 \text{ кН/м}$. Навантажимо деталь за основною схемою прикладання сил силою $P_1 = 1 \text{ кН}$ і визначимо жорсткість при знайденій схемі прикладання сил. Наприклад, $G_{01} = 3,98 \text{ кН/м}$. Аналогічно визначимо жорсткість при знайденій схемі прикладання сил у випадку основного навантаження $P_2 = 2 \text{ кН}$. Наприклад, $G_{02} = 3,94 \text{ кН/м}$. Апроксимуємо залежність жорсткості (меншої, чим основний) деталі при знай-

деній схемі прикладання сил нелінійною залежністю у виді полінома другого ступеня

$$G_{0P} = A + BP + CP^2.$$

Коефіцієнти A , B і C визначаємо з рішення системи рівнянь:

$$G_0 = A, \text{ при } P = 0;$$

$$G_{01} = A + BP_1 + CP_1^2, \text{ при } P = P_1;$$

$$G_{02} = A + BP_2 + CP_2^2, \text{ при } P = P_2,$$

$$A = G_0 = 4 \text{ кН};$$

$$B = \frac{G_{02}P_1^2 - G_{01}P_2^2 + A(P_2^2 - P_1^2)}{P_1^2P_2 - P_1P_2^2} = -0,01;$$

$$C = \frac{G_{01} - A - BP_1}{P_1^2} = -0,01.$$

Дорівнюючи поліном до нуля і вирішуючи квадратне рівняння щодо сили P , одержимо граничне навантаження

$$P_{\text{пр}} = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C} = 19,50625 \text{ кН}.$$

Враховуючи, що мінімальна жорсткість деталі в порівнянні з жорсткістю за експлуатаційною схемою змінюється більш плавно, її зміна при невеликих навантаженнях велика. Ця обставина сприяє її достовірному визначенню і коректному наступного розрахунку граничного навантаження.

Приклад 2. Деталь значних габаритів має концентратор напруг, наприклад тріщину. Її жорсткість незначно змінюється аж до втрати стійкості деформування і втрати несучої здатності. Тобто має місце крижке руйнування. Жорсткість деталі зменшують шляхом видалення масивної, але найменш навантаженої частини деталі. Для виміру меншої жорсткості виготовляють деталь значно менших розмірів, що має такий же дефект. Схему прикладання сил вибирають близькою до тієї, що навантажує цю частину деталі при експлуатації досліджуваної деталі. Вимір жорсткості роблять на досить жорсткій установці, що дозволяє вимірювати негативні значення жорсткості на спадаючій ділянці повної діаграми деформування деталі. По зміні жорсткості малої деталі, використовуючи рівняння теорії пружності, розраховуємо зміну жорсткості, переміщень і сил у місці прикладання сил прогнозованої деталі. У загальному випадку проходження жорсткості деталі меншого розміру через нульове значення не збігається моментом проходження через це значення жорсткості прогнозованої деталі. У більшості випадків нульове значення жорсткості прогнозованої деталі і втрата її несучої здатності відбувається вже при від'ємних значеннях жорсткості деталі меншого розміру, тобто після плавного проходження нею нульового значення. Прогнозована деталь практично не змінює своєї жорсткості в момент проходження жорсткості деталі меншого розміру через нульове значення, але стрибкоподібно змінює жорсткість до нульового і від'ємного значень при досягненні деталі меншого розміру критичної від'ємної жорсткості, що залежить від розмірів прогнозованої деталі. Розрахунок жорсткості спрощується для простих симетричних тіл.

$$G = \frac{r^n G_1 + C G_2}{r^n + C}, \quad (1)$$

де r - відстань від центра; n - коефіцієнт форми, має ціле значення для простих тіл і довільне для тіл довільної форми в діапазоні про 0 до 3, $n=1$ - для стрижня, 2 - для циліндра, 3 - для кулі, для тіл довільної форми визначається розрахунком або експериментально;

$$G_1 = \frac{E}{1 - (n-1)\mu}, \quad G_2 = \frac{(n-1)E}{(1+\mu)}$$

μ - коефіцієнт Пуассона; C - постійний по радіусі коефіцієнт, визначається за значенням жорсткості G_0 на заданій відстані R_0 , що відповідає розмірові деталі меншого розміру. Якщо жорсткість деталі міняється в процесі деформування коефіцієнт C також міняється, але залишається однако-вим для всіх значень r . Якщо залежність жорсткості деталі меншого розміру від переміщення u_0 на відстані R_0 представити у виді:

$$G_0 = G_1 + (G_2 - G_1)f(u_0), \quad (2)$$

де залежності коефіцієнта C , жорсткості G , переміщень u , напруг σ деталей довільного розміру r від переміщень u_0 мають вигляд

$$C = \frac{R_0^n f(u_0)}{1 - f(u_0)}, \quad G = G_1 + \frac{R_0^n (G_2 - G_1) f(u_0)}{r^n + (R_0^n - r^n) f(u_0)}, \quad (3)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{u_0}{R_0} + \left(\frac{R_0^{n-1}}{r^n} - \frac{1}{R_0} \right) \int f(u_0) du_0,$$

$$\sigma = \frac{G_1 u_0}{R_0} + \left(\frac{G_2 R_0^{n-1}}{r^n} - \frac{G_1}{R_0} \right) \int f(u_0) du_0$$

Формули (3) спрощуються при $R_0=1$:

$$\frac{u}{r} = u_0 + \left(\frac{1}{r^n} - 1 \right) \int f(u_0) du_0;$$

$$\sigma = G_1 u_0 + \left(\frac{G_2}{r^n} - G_1 \right) \int f(u_0) du_0$$

Для пластини з центральною тріщиною значення n можна оцінити розрахунковим шляхом за розрахованим значенням граничної жорсткості $G_2 = -0,452E$, що найбільше істотно впливає на несучу здатність деталі. Для цього використовуємо визначення G_2 у розшифровці до формули (1).

$$n = 1 - G_2 / E(1 + \mu) = 1 - (-0,452E) / E(1 + 0,3) = 1,5876. \quad (4)$$

Використовуючи це значення n , виконаємо спрощений розрахунок несучої здатності пластини з центральною тріщиною, розміри й умови навантаження якої, а також експериментальні дані узяті з роботи [1]. Пластина шириною $2W=400$ мм із центральною тріщиною $2a=120$ мм руйнується при значенні коефіцієнта інтенсивності напружень $K_{1c} = 81 \dots 84 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$. Пластині шириною 200мм із такою же тріщиною відповідає $K_{1c} = 61 \dots 67 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$. Напруження визначимо по формулі [Кишкина С.И. Сопротивление разрушению алюминиевых сплавов. - М.: Металлургия, 1981. - 279с.]:

$$\sigma = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi a f\left(\frac{a}{W}\right)}}, \quad \text{де } f\left(\frac{a}{W}\right) = \sqrt{\frac{2W}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2W}}. \quad (5)$$

Для пластини шириною $2W=400$ мм - вони рівні $\sigma_{400} = 179,4 \dots 186,1 \text{ МПа}$, для $2W=200$ мм вони рівні $\sigma_{200} = 116,3 \dots 127,7 \text{ МПа}$.

Функцію $f(u_0)$ у формулі (2) прийемо лінійної в найпростішому виді $f(u_0) = u_0$. Модуль пружності умовно прийемо рівним одиниці. Також прийемо, що пластині шириною 400мм відповідає розмір $r=1$, тоді пластині шириною 200мм буде відповідати розмір $r=0,5$. По формулі (3) для $r=1$ одержимо умовне значення максимуму відносних напруг 0,4423 при $u_0=0,73$, для $r=0,5$ відповідно 0,28645 при $u_0=0,47$. Таким чином, спрощений розрахунок жорсткості і несучої здатності пластини з центральною тріщиною, указує на збільшення несучої здатності пластини з тріщиною довжиною $2a=120$ мм при збільшенні її ширини з $2W=200$ мм до $2W=400$ мм. Це збільшення в $0,4423/0,28645=1,54$ рази підтверджується експериментально $\sigma_{400}/\sigma_{200}=1,54 \dots 1 \dots 1,47$. Для простих тіл при симетричній схемі навантаження розрахунок є точним, для реальних деталей спрощений розрахунок - наближеним у зв'язку з відмінністю схеми прикладання сил частини деталі з дефектом у середині прогнозованої деталі й в дослідній установці.

Перевагою пропонованого способу в порівнянні з відомими розрахунковими способами визначення граничного стискаючого навантаження є те, що він припускає прямий вимір мінімальної жорсткості деталі з урахуванням не виявлених раніше дефектів, порушень технології, розкиду властивостей матеріалів, відхилень фактичних розмірів від розрахункових і інші факторів. Спосіб найбільш ефективний для деталей складної форми, для яких експериментальна перевірка більш актуальна.