

Предлагаемое техническое решение относится к области электрических измерений, а именно к способам измерений периода (частоты) электрических сигналов.

Предложение может найти преимущественное использование при проведении измерений периода (частоты) в условиях шумовых помех, недостаточного разделения каналов в измерительных коммутаторах, слабых входных сигналов от датчиков с частотным выходом (например, струнные датчики ударного возбуждения) и т.д.

Кроме того, данное предложение может быть применено для снижения погрешности квантования, неизбежной в цифровых приборах, при сохранении неизменного времени измерения.

Прототипом заявляемого способа является способ измерения периода (частоты), реализуемый электронно-счетным периодометром/частотомером [1].

Сущность способа-прототипа сводится к следующему:

входной сигнал разбивается на интервалы времени, длительность которых должна быть равной длительности одного периода входного сигнала, т.е. моменты разбиения должны соответствовать одной и той же фазе входного сигнала;

искомое значение периода (частоты) находится как среднее арифметическое длительностей  $M$  смежных интервалов, а частота - как величина, обратная к периоду:

$$T_x = \sum_{i=1}^M \tau_i, F_x = \frac{1}{T_x}, \quad (1)$$

где  $T_x$  - искомое значение периода;  
 $i$  - номер интервала;

$M$  - количество интервалов (периодов) усреднения;

$\tau_i$  - длительность  $i$ -го интервала времени между моментами нахождения входного сигнала в одной и той же фазе;

$F_x$  - искомое значение частоты.

При этом операция суммирования производится неявно путем непосредственного измерения суммарной длительности  $M$  смежных интервалов.

Среднее арифметическое является оптимальным методом усреднения только в том случае, если погрешности являются независимыми случайными величинами. Погрешности длительностей смежных интервалов не являются независимыми случайными величинами. Так, например, погрешности длительностей смежных интервалов, обусловленные погрешностью определения конца одного интервала и начала следующего тождественны по абсолютной величине и противоположны по знаку.

Вместе с тем, погрешности определения границ интервалов являются независимыми случайными величинами.

Задача предлагаемого технического решения заключается в повышении точности измерения периода (частоты) при проведении измерений в условиях шумовых помех, недостаточного разделения каналов в измерительных коммутаторах, слабых входных сигналов от датчиков с частотным выходом (например,

струнные датчики ударного возбуждения) и т.д.

Указанная задача достигается в нахождении оптимального метода усреднения применением метода наименьших квадратов:

$$\sum_{i=0}^M (T_y \cdot i + \Delta_0 - \tau_i)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $i$  - номер момента разбиения;

$M$  - количество интервалов (периодов) усреднения;

$T_y$  - искомое значение периода;

$\Delta_0$  - начальное смещение;

$\tau_i$  - время  $i$ -го момента нахождения входного сигнала в одной и той же фазе. Введем следующие обозначения:

$$S_0(M) = \sum_{i=0}^M 1 = M + 1;$$

$$S_1(M) = \sum_{i=0}^M i = \frac{(M+1) \cdot M}{2};$$

$$S_2(M) = \sum_{i=0}^M i^2 = \frac{(2 \cdot M + 1) \cdot (M + 1) \cdot M}{6}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T_y} \sum_{i=0}^M (T_y \cdot i + \Delta_0 - \tau_i)^2 &= \sum_{i=0}^M (T_y \cdot i + \Delta_0 - \tau_i) \cdot i = \\ &= T_y \cdot \sum_{i=0}^M i^2 + \Delta_0 \cdot \sum_{i=0}^M i - \sum_{i=0}^M \tau_i \cdot i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Delta_0} \sum_{i=0}^M (T_y \cdot i + \Delta_0 - \tau_i)^2 &= \sum_{i=0}^M (T_y \cdot i + \Delta_0 - \tau_i) = \\ &= T_y \cdot \sum_{i=0}^M i + \Delta_0 \cdot \sum_{i=0}^M 1 - \sum_{i=0}^M \tau_i. \end{aligned}$$

Следовательно

$$T_y \cdot S_2(M) + \Delta_0 \cdot S_1(M) = \sum_{i=0}^M \tau_i \cdot i;$$

$$T_y \cdot S_1(M) + \Delta_0 \cdot S_0(M) = \sum_{i=0}^M \tau_i.$$

Отсюда, умножая первое уравнение на  $S_0(M)$ , а второе на  $S_1(M)$  и вычитая их друг из друга, находим:

$$T_y = \frac{[S_0(M) \cdot \sum_{i=0}^M \tau_i \cdot i] - [S_1(M) \cdot \sum_{i=0}^M \tau_i]}{S_2(M) \cdot S_0(M) - S_1^2(M)}.$$

$$\frac{\sum_{i=0}^M t_i \cdot (1 \cdot (M+1) - \frac{(M+1) \cdot M}{2})}{(2 \cdot M + 1) \cdot \frac{(M+1)^2 \cdot M}{6} - \frac{(M+1)^2 \cdot M^2}{4}} =$$

$$\frac{(M+1) \cdot \sum_{i=0}^M t_i \cdot (1 - \frac{M}{2})}{\frac{(M+1)^2 \cdot M}{12} \cdot (4 \cdot M + 2 - 3 \cdot M)} =$$

$$\frac{12 \cdot \sum_{i=0}^M t_i \cdot (1 - \frac{M}{2})}{(M+2) \cdot (M+1) \cdot M} \cdot$$

Подставляя  $t_i = t_0 + \sum_{k=0}^i \tau_k$  находим

$$T_y = \frac{6}{M \cdot (M+1) \cdot (M+2)} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^M \tau_i \cdot (M+1-i) \cdot i;$$

Для вывода формулы дисперсии  $T_y$  воспользуемся тем, что дисперсия линейной комбинации равна линейной комбинации дисперсий с квадратами исходных множителей. Поскольку в нашем случае все дисперсии равны, вычисления сводятся к нахождению суммы квадратов сомножителей:

$$\frac{12^2}{(M+2)^2 \cdot (M+1)^2 \cdot M^2} \cdot \sum_{i=0}^M (1 - \frac{M}{2})^2 =$$

$$= \frac{12^2}{(M+2)^2 \cdot (M+1)^2 \cdot M^2} \times$$

$$\times \sum_{i=0}^M (i^2 - i \cdot M + \frac{M^2}{4}) =$$

$$= \frac{12^2}{(M+2)^2 \cdot (M+1)^2 \cdot M^2} \times$$

$$\times \left( \frac{2 \cdot M \cdot (M+1) \cdot (M+1) \cdot M}{6} - \right.$$

$$\left. - \frac{M^2 \cdot (M+1)}{2} + \frac{M^2 \cdot (M+1)}{4} \right) =$$

$$= \frac{12}{(M+2)^2 \cdot (M+1) \cdot M} \times$$

$$\times (2 \cdot (2 \cdot M + 1) - 3 \cdot M) =$$

$$= \frac{12}{(M+2) \cdot (M+1) \cdot M} \cdot$$

Дифференцирование (2) по  $T_y$  и  $\Delta_0$  приводит к системе из двух линейных уравнений, решение которой относительно  $T_y$  дает:

$$T_y = \frac{12}{M \cdot (M+1) \cdot (M+2)} \cdot \sum_{i=0}^M t_i \cdot (1 - \frac{M}{2}) =$$

$$= \frac{6}{M \cdot (M+1) \cdot (M+2)} \cdot \sum_{i=1}^M \tau_i \cdot (M+1-i) \cdot i. \quad (3)$$

Сравнение дисперсий для предлагаемого способа и способа-прототипа дает:

$$\sigma_z^2 = \frac{2}{M^2} \sigma_0^2 \approx \frac{1}{M^2} \sigma_0^2 ;$$

$$\sigma_z^2 = \frac{12}{M \cdot (M+1) \cdot (M+2)} \sigma_0^2 \approx \frac{1}{M^3} \sigma_0^2, \quad (4)$$

где  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  - дисперсии значений полученных по способу-прототипу и по предлагаемому способу соответственно;

$\sigma_0^2$  - дисперсия погрешностей определения моментов нахождения входного сигнала в одной и той же фазе.

Таким образом, предлагаемый способ позволяет существенно повысить точность измерений.

Еще большее повышение точности можно получить используя одновременно несколько фаз входного сигнала. При этом для каждой фазы находится значение  $T_y$  согласно (3), а

усредненный период  $T_z$  находится как среднее арифметическое значений  $T_y$ . При этом дисперсия

$\sigma_z^2 = \sigma_y^2 / N$ , где  $N$  - число используемых фаз.

Выражение (3) можно рассматривать как описание нерекурсивного цифрового фильтра. Поскольку нерекурсивные фильтры безусловно реализуемы и успешно используются, то реализуемость заявляемого способа не вызывает сомнений.