



УКРАЇНА

(19) UA (11) 50040 (13) U
(51) МПК (2009)
G10L 15/00МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІОПИС
ДО ПАТЕНТУ
НА КОРИСНУ МОДЕЛЬвидається під
відповідальність
власника
патенту

(54) СПОСІБ ПОФОНЕМНОГО РОЗПІЗНАВАННЯ ЗЛИТОГО МОВЛЕННЯ

1

2

(21) u200911561

(22) 13.11.2009

(24) 25.05.2010

(46) 25.05.2010, Бюл.№ 10, 2010 р.

(72) ВІНЦЮК ТАРАС КЛИМОВИЧ, ГРИЦЕНКО ВО-
ЛОДИМИР ІЛЛІЧ(73) МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-НАВЧАЛЬНИЙ
ЦЕНТР ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА СИС-
ТЕМ

(57) Спосіб пофонемного розпізнавання злитого мовлення, що ґрунтується на поданні мовленнєвого сигналу послідовностями елементів-векторів із значень поточних параметрів аналізу мовленнєвого сигналу, який включає знаходження значень елементарних мір схожості кожного спостережуваного елемента на всі еталонні елементи еталонних мовленнєвих образів, що визначаються фонетичними транскрипціями допустимих в мові діалогу послідовностей слів, визначення схожості мовленнєвих образів шляхом рекурентного накопичення методом динамічного програмування інтегральних мір схожості послідовності спостережуваних елементів на послідовності еталонних образів, що розпізнаються, формування для кожного поточного спостереженого елемента послідовності слів, що передаються відрізком мовленнєвого сигналу від першого спостереженого елемента до поточного, який **відрізняється** тим, що для кожної особи укладають індивідуальний усномовний паспорт шляхом разового зачитування вголос цією особою стандартизованого тексту - навчальної вибірки; індивідуальний усномовний паспорт людини складають: задана кількість еталонних елементів, які найкращим чином апроксимують всі спостережувані елементи навчальної вибірки та визначають розбиття мультимножини спостережуваних елементів навчальної вибірки на задану кількість кластерів, й параметри моделей всіх фонем у різному фонемному контексті - попередньої та наступної фонем; цими моделями фонем є ланцюги породжувальних граматик з п'яти прихованих станів, що моделюють три стадії розвитку процесу породження реалізації фонем, а параметрами моделей є: ймовірність переходу з нульового стану в перший стан, що дорівнює одиниці, ймовірність переходу з першого стану в перший же стан та ймовірність переходу з першого стану в другий стан, що доповнює до одиниці по-

передню ймовірність, ймовірність переходу з другого стану в другий же стан та ймовірність переходу з другого стану в третій стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, ймовірність переходу з третього стану в третій же стан та ймовірність переходу з третього стану в четвертий стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, та ймовірності попадань спостережуваних елементів в кожен із всіх кластерів за умови перебування в першому, другому та третьому станах кожної фонемі; при розпізнаванні для кожного поточного спостережуваного елемента визначають номер кластера, в який цей елемент попадає, а як елементарну міру належності спостережуваного елемента-вектора до першої, другої чи третьої фази фонемі використовують суму логарифмів ймовірності спостереженого кластера за умови першого, другого чи третього станів фонемі та ймовірності наступного переходу з першого в перший або другий, з другого в другий або третій, з третього в третій або четвертий стани фонемі відповідно до фази фонемі; еталонні мовленнєві образи усних команд та усталених словосполучень формують шляхом об'єднання у послідовності ланцюгів породжувальних граматик фонем з п'яти прихованих станів відповідно до фонетичних транскрипцій слів, словосполучень та злитих фраз, причому так, щоб вихідний, четвертий, стан попередньої фонемі збігався з нульовим та першим станами наступної; інтегральні міри схожості послідовності спостережених елементів від першого до поточного на початкові еталонні образи всіх різних, допустимих в мові усного діалогу, початкових фраз, що закінчуються допустимим поточним словом та визначаються для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонемі цього допустимого поточного слова, знаходять як суми значень відповідної елементарної міри схожості, обчисленої для поточного спостереженого елемента для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонемі, з більшою із двох інтегральних мір схожості, накопичених для попереднього спостереженого вектора-елемента на другому виході з третього стану попередньої фонемі цього слова та на першому виході з першого стану поточної фонемі цього ж слова, на другому виході з першого стану поточної фонемі цього ж слова та на першому виході з

(13) U
(11) 50040
(19) UA

другого стану поточної фонемі цього ж слова й на другому виході з другого стану поточної фонемі цього ж слова та на першому виході з третього стану поточної фонемі цього ж слова, відповідно; при цьому, для кожного із двох виходів із кожного із трьох станів запам'ятовують всі різні допустимі початкові послідовності слів, бо передують цьому поточному слову, та відповідні їм найкращі накопичені інтегральні міри схожості, а для другого виходу із третього стану останньої фонемі в допустимому слові до всіх різних допустимих початкових послідовностей слів дописують поточне допустиме слово та для кожної з таким способом отриманих початкових фраз визначають підслов-

ники, слова з яких можуть ці фрази породжувати; значення інтегральної міри схожості, що є найбільшим з-посеред усіх її значень, накопичених після оброблення останнього спостереженого елемента на другому виході із третього стану останньої фонемі слова, визначає схожість пред'явленого мовленнєвого сигналу на відповідну, найкращу, допустиму усну фразу, що закінчується цим словом; пред'явленому мовленнєвому сигналу ставлять у відповідність ту усну допустиму фразу, яка закінчується словом з абсолютно найбільшою накопиченою інтегральною мірою схожості.

Модель відноситься до техніки оброблення мовленнєвої інформації з метою її автоматичного розпізнавання. Може знайти використання для голосового управління пристроями.

Відомий спосіб та пристрій пофонемного розпізнавання злитого мовлення (дивись патент України №48082).

Сутність відомого способу полягає в тому, що пофонемне розпізнавання злитого мовлення ґрунтується на поданні мовленнєвого сигналу послідовностями елементів-векторів із значень поточних параметрів аналізу мовленнєвого сигналу, який включає знаходження значень елементарних мір схожості кожного спостережуваного елемента на всі еталонні елементи еталонних мовленнєвих образів, що визначаються фонетичними транскрипціями допустимих в мові діалогу послідовностей слів, визначення схожості мовленнєвих образів шляхом рекурентного накопичення методом динамічного програмування інтегральних мір схожості послідовності спостережуваних елементів на послідовності еталонних образів, що розпізнаються, формування для кожного поточного спостереженого елемента послідовності слів, що передаються відрізком мовленнєвого сигналу від першого спостереженого елемента до поточного.

Але він має недоліки, які полягають в тому, що в нього мала швидкодія та низька надійність розпізнавання.

В основу моделі покладена задача за рахунок введення нових операцій обробки сигналів створити спосіб пофонемного розпізнавання усних команд та усталених словосполучень, що мають високу швидкодію та надійність розпізнавання, забезпечує розпізнавання довільних наборів усних команд, словосполучень та злитого мовлення без необхідності перенастроювання системи розпізнавання на нові набори.

Поставлена задача вирішується способом пофонемного розпізнавання злитого мовлення, що ґрунтується на поданні мовленнєвого сигналу послідовностями елементів-векторів із значень поточних параметрів аналізу мовленнєвого сигналу, який включає знаходження значень елементарних мір схожості кожного спостережуваного елемента на всі еталонні елементи еталонних мовленнєвих

образів, що визначаються фонетичними транскрипціями допустимих в мові діалогу послідовностей слів, визначення схожості мовленнєвих образів шляхом рекурентного накопичення методом динамічного програмування інтегральних мір схожості послідовності спостережуваних елементів на послідовності еталонних образів, що розпізнаються, формування для кожного поточного спостереженого елемента послідовності слів, що передаються відрізком мовленнєвого сигналу від першого спостереженого елемента до поточного, при цьому кожна особа характеризується своїм індивідуальним усномовним паспортом, що укладається при разовому зачитуванні вголос цією особою стандартизованого тексту - навчальної вибірки; індивідуальний усномовний паспорт людини складають: задана кількість еталонних елементів, які найкращим чином апроксимують всі спостережувані елементи навчальної вибірки та визначають розбиття мультимножини спостережуваних елементів навчальної вибірки на задану кількість кластерів, й параметри моделей всіх фонем у різному фонемному контексті - попередньої та наступної фонем; цими моделями фонем є ланцюги породжувальних граматик з п'яти прихованих станів, що моделюють три стадії розвитку процесу породження реалізації фонемі, а параметрами моделей є: ймовірність переходу з нульового стану в перший стан, що дорівнює одиниці, ймовірність переходу з першого стану в перший же стан та ймовірність переходу з першого стану в другий стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, ймовірність переходу з другого стану в другий же стан та ймовірність переходу з другого стану в третій стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, ймовірність переходу з третього стану в третій же стан та ймовірність переходу з третього стану в четвертий стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, та ймовірності попадань спостережуваних елементів в кожен із всіх кластерів за умови перебування в першому, другому та третьому станах кожної фонемі; при розпізнаванні для кожного поточного спостережуваного елемента визначається номер кластера в який цей елемент попадає, а в якості елементарної міри належності спостережуваного елемента-вектора до першої,

другої чи третьої фази фонему використовується сума логарифмів ймовірності спостереженого кластера за умови першого, другого чи третього станів фонему та ймовірності наступного переходу з першого в перший або другий, з другого в другий або третій, з третього в третій або четвертий стани фонему відповідно до фази фонему; еталонні мовленнєві образи усних команд та усталених словосполучень формують шляхом об'єднання у послідовності ланцюгів породжувальних граматики фонем з п'яти прихованих станів відповідно до фонетичних транскрипцій слів, словосполучень та зі і тих фраз, причому так, щоб вихідний, четвертий, стан попередньої фонему збігався з нульовим та першим станами наступної; інтегральні міри схожості послідовності спостережених елементів від першого до поточного на початкові еталонні образи всіх різних, допустимих в мові усного діалогу, початкових фраз, що закінчуються допустимим поточним словом та визначаються для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонему цього допустимого поточного слова, знаходять як суми значень відповідної елементарної міри схожості, обчисленої для поточного спостереженого елемента для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонему, з більшою із двох інтегральних мір схожості, накопичених для попереднього спостереженого вектора-елемента на другому виході з третього стану попередньої фонему цього слова та на першому виході з першого стану поточної фонему цього ж слова, на другому виході з першого стану поточної фонему цього ж слова та на першому виході з другого стану поточної фонему цього ж слова й на другому виході з другого стану поточної фонему цього ж слова та на першому виході з третього стану поточної фонему цього ж слова, відповідно; при цьому, для кожного із двох виходів із кожного з трьох станів запам'ятовуються всі різні допустимі початкові послідовності слів, що передують цьому поточному слову, та відповідні їм найкращі накопичені інтегральні міри схожості, а для другого виходу із третього стану останньої фонему в допустимому слові до всіх різних допустимих початкових послідовностей слів дописується поточне допустиме слово та для кожної з таким способом отриманих початкових фраз визначаються підсловники, слова з яких можуть ці фрази породжувати; значення інтегральної міри схожості, що є найбільшим з-посеред усіх її значень, накопичених після оброблення останнього спостереженого елемента на другому виході із третього стану останньої фонему слова, визначає схожість пред'явленого мовленнєвого сигналу на відповідну, найкращу, допустиму усну фразу, що закінчується цим словом; пред'явленому мовленнєвому сигналу ставиться у відповідність та усна допустима фраза, яка закінчується словом з абсолютно найбільшою накопиченою інтегральною мірою схожості.

На Фіг.1 представлена структурна схема пристрою, що реалізує спосіб; Фіг.2-7 пояснюють принцип роботи пристрою.

Пристрій містить аналізатор 1 мовленнєвого сигналу; блок 3 запам'ятовування мовленнєвого

образу у вигляді послідовності елементів-векторів, що утворюються в результаті аналізу вхідного мовленнєвого сигналу; векторний квантувач 10, який кожному поточному спостереженому елементу-вектору ставить у відповідність номер кластеру, в який він попадає, або, що те саме, номер еталонного елемента, що представляє кластер та є найближчим, в певному розумінні, до спостереженого елемента; лінгвістичний блок 9 введення та зберігання орфографічних текстів та фонетичних транскрипцій всіх слів та допустимих у мові діалогу фраз; блок 8 пам'яті значень параметрів моделей всіх фонем; блок 2 вибору значень елементарних мір приналежності спостережуваного елемента, за номером його кластеру, до фонем та їх фаз; обчислювач 4 інтегральних мір схожості, який накопичує, сумує, поточні значення елементарних мір схожості для послідовності спостережуваних елементів-векторів для кожної із допустимих фраз відповідно до їх фонетичних траскрипцій; блок пам'яті 4а, який тимчасово зберігає накопичені інтегральні міри схожості; контролер 5, який синхронізує роботу всіх блоків, зокрема блоків 2, 4, 4а, 8, 9, 10; накопичувач 6 стандартизованої навчальної вибірки; блок 7 кластерного аналізу та обчислення параметрів фонем за навчальною вибіркою. Вихід пристрою з блоку 4 визначає послідовність слів, для фонетичної транскрипції якої накопичена найбільша інтегральна міра схожості.

Якщо пристрій не налаштований на голос користувача, тобто пам'ять 8 про значення параметрів моделей фонем є порожньою, він пропонує користувачеві наговорити навчальну вибірку - треба промовляти окремі слова або фрази, які голосом називає пристрій.

В аналізаторі 1 мовленнєвий сигнал, що подається і мікрофона під час накопичення стандартизованої навчальної вибірки, піддається поточному автокореляційному та предикативному аналізу в дискретному рівномірному часі $i\Delta T$ з кроком ΔT , наприклад $\Delta T=10\text{мс}$. Для поточного інтервалу аналізу і з M відліків f_n , $n=0:(M-1)$ мовленнєвого сигналу, які зважуються вікном Хемінга, обчислюються перші $m+1$, $m < M$, відліків автокореляційної функції

$B_s = \sum_{n=0}^{M-1-s} f_n f_{n-s}$, $s = 0:m$, які і утворюють поточний вектор автокореляції

$B_i = \langle B_{i0}, B_{i1}, \dots, B_{is}, \dots, B_{im} \rangle$. Розв'язуючи систему рівнянь $\sum_{u=1}^m a_u B_{|u-v|} = -B_v$, $v = 1:m$, та обчислюючи

потім $\sigma^2 = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} a_u B_u$, де $a_0 \equiv 1$, описуємо кожний поточний спостережуваний елемент B_i .

еквівалентним вектором-елементом $\langle \sigma_i, \sigma_i \rangle$ - або

$\langle \sigma_i, \sigma_i \rangle$ - параметрів передбачення:

$$a = \langle a_1, a_2, \dots, a_s, \dots, a_m \rangle;$$

$$b = \langle b_0, b_1, b_2, \dots, b_s, \dots, b_m \rangle;$$

$$b_0 = \sum_{u=0}^m a_u^2, b_s = 2 \sum_{u=0}^{m-s} a_u a_{u+s}, s = 1:m.$$

Обчислені в аналізаторі 1 елементи-вектори накопичуються в блоці 6 у вигляді послідовності як векторів автокореляцій B_i , так і векторів параметрів передбачення, утворюючи навчальну вибірку

$X_{0i} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_l)$ із l спостережених елементів x_i .

В блоці 7 кластерного аналізу та обчислення параметрів фонем спершу за навчальною вибіркою X_{0i} з-посеред усіх l спостережених елементів x_i

$$\{b_j^*, \sigma_j^*\}_{j=1:J} = \underset{\{b_j, \sigma_j\}_{j=1:J}}{\operatorname{argmin}} \min_{\{b_j, \sigma_j\}_{j=1:J}} \sum_{j=1}^J \sum_{i \in I_j} \left(\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j) \right),$$

де через (B, b) позначено скалярний добуток векторів-елементів B і b розмірності $m+1$, а через $\{I_j\}$ - розбиття навчальної вибірки на J кластерів. В останньому виразі через

$$I_j = \{i : j_i = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j) \right) = j\}$$

позначено j -ий кластер. Всі елементи j -го кластера найкраще апроксимуються представником цього кластера

$$\{b_j^*, \sigma_j^*\} = \underset{\{b_w, \sigma_w\}_{w \in I_j}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i \in I_j} \left(\frac{M}{2} \ln \sigma_w^2 + \frac{1}{2\sigma_w^2} (B_i, b_w) \right).$$

Ітераційний процес кластеризації починаємо з того, що на першому кроці нульової ітерації в якості представників кластерів вибирається кожний третій елемент $(b_j^0, \sigma_j^0) = (b_{3j}, \sigma_{3j}), j = 1:J$ навча-

за допомогою деякої ітераційної процедури вибираємо задану кількість $J, J < l$, елементів $\{b_j^*, \sigma_j^*\}_{j=1:J}$ = 1: J , таких, які б найкращим чином апроксимували всі елементи навчальної вибірки:

льної вибірки. На другому кроці нульової ітерації за знайденими представниками кластерів $(b_j^0, \sigma_j^0), j = 1:J$ знаходимо самі кластери

$$I_j^0 = \{i : j_i^0 = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\frac{M}{2} \ln (\sigma_j^0)^2 + \frac{1}{2(\sigma_j^0)^2} (B_i, b_j^0) \right) = j\}, j = 1:J.$$

Далі на першому кроці g -тої ітерації, $g=1, 2, \dots$, за кластеризацією $I_j^{(g-1)}, j = 1:J$, $(g-1)$ -ої ітерації вибираємо нових

$$(b_j^g, \sigma_j^g) = \underset{\{b_w, \sigma_w\}_{w \in I_j^{(g-1)}}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i \in I_j^{(g-1)}} \left(\frac{M}{2} \ln \sigma_w^2 + \frac{1}{2\sigma_w^2} (B_i, b_w) \right), j = 1:J$$

представників кластерів. Потім на другому кроці g -тої ітерації, $g=1, 2, \dots$, знаходимо g -ту кластеризацію

$$I_j^g = \{i : j_i^g = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\frac{M}{2} \ln (\sigma_j^g)^2 + \frac{1}{2(\sigma_j^g)^2} (B_i, b_j^g) \right) = j\}, j = 1:J.$$

І так далі. За скінчене число ітерацій досягнемо рівноваги, коли набори представників кластерів для двох сусідніх ітерацій збігатимуться. Отримані представники кластерів оголошуються еталонними елементами-векторами $(b_j, \sigma_j), j = 1:J$.

Вони далі використовуватимуться у векторно-му квантувачеві 10 при визначенні номера еталонного елемента j_i , що є найбільш схожим на спостережуваний елемент

$$B_i : j_i = \underset{j}{\operatorname{argmin}} g(b_i, \{b_j, \sigma_j\}_{j=1:J}),$$

$$\text{де } g(b_i, \{b_j, \sigma_j\}_{j=1:J}) = \left(\frac{M}{2} \ln (\sigma_j)^2 + \frac{1}{2(\sigma_j)^2} (B_i, b_j) \right) \text{ ви-}$$

ступас як елементарна міра схожості елементів B_i та $\{b_j, \sigma_j\}_{j=1:J}$.

В процесорі 7 також обчислюються значення параметрів моделей фонем за навчальною вибіркою. Кожна фонема φ у різному фонемному контексті подається породжувальною моделлю, що є ланцюгом з п'яти прихованих станів ($\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, що моделюють три стадії, три фази, розвитку процесу породження сигналів фонемою. Параметрами моделей є: ймовірність $p((\varphi_1/\varphi_0)$ переходу з нульового стану в перший стан, що дорівнює одиниці, ймовірність $p((\varphi_1/\varphi_1)$ переходу з першого

стану в перший же стан та ймовірність $p((\varphi_2/\varphi_1)$ переходу з першого стану в другий стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, ймовірність $p((\varphi_2/\varphi_2)$ переходу з другого стану в другий же стан та ймовірність $p((\varphi_3/\varphi_2)$ переходу з другого стану в третій стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, ймовірність $p((\varphi_3/\varphi_3)$ переходу з третього стану в третій же стан та ймовірність $p((\varphi_4/\varphi_3)$ переходу з третього стану в четвертий стан, що доповнює до одиниці попередню ймовірність, та ймовірності $p(j/\varphi_t), j=1:J, t=1, 2, 3$ попадань спостережуваних елементів B в кожен із всіх кластерів $j = \underset{u=1:J}{\operatorname{argmin}} (B, (b_u, \sigma_u))$ за умови перебу-

вання в першому, другому та третьому станах t кожної фонемою φ .

Окремо виділена фонема-пауза, що має один стан $t=1$.

Представники кластерів або еталонні елементи-вектори $(b_j, \sigma_j), j=1:J$ та логарифми всіх ймовірностей $p(\varphi_t/\varphi_t), p(j/\varphi_t), j=1:J, t=1:3, \varphi \in \Psi$, де Ψ - алфавіт фонем, складають індивідуальний усномовний паспорт людини. Згадані ймовірності також оцінюються за навчальною вибіркою X_{0i} за допомогою деякої іншої ітераційної процедури.

Навчальна вибірка складається з реалізацій окремо вимовлених слів, словосполучень та фраз. В свою чергу, кожне слово чи фраза описується фонетичною транскрипцією $\Psi_{0q} = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q)$, де φ_s - фонема з порядковим номером s у транскрипції, q - довжина транскрипції.

Еталонні мовленнєві образи усних команд та усталених словосполучень формують шляхом об'єднання у послідовності ланцюгів породжува-

льних грамастик фонем з п'яти прихованих станів відповідно до фонетичних транскрипцій усних команд або словосполучень, причому так, щоб вихідний, четвертий, стан попередньої фонемі збігався з нульовим та першим станами наступної.

Сегмент мовленнєвого сигналу у вигляді послідовності спостережених елементів $X_{\mu\nu}=(x_{\mu+1},$

$x_{\mu+2}, \dots, x_{\nu})$ або у вигляді послідовності спостережених символів $J_{\mu\nu}=(j_{\mu+1}, j_{\mu+2}, \dots, j_{\nu})$ можна розглядати як такий, що утворений в результаті незалежних спостережень ланцюгів із трьох прихованих станів. Логарифм правдоподібності сегменту $X_{\mu\nu}$ чи $J_{\mu\nu}$ за умови фонем φ подамо виразом

$$G(J_{\mu\nu} / \varphi) = \max_{w_1, w_2} \{ [(\mu_1 - \mu - 1) \ln p(\varphi_1 / \varphi_1) + \ln p(\varphi_2 / \varphi_1) + \sum_{i=\mu+1}^{w_1} \ln p(j_i / \varphi_1)] + [(\nu_2 - w_1 - 1) \ln p(\varphi_2 / \varphi_2) + \ln p(\varphi_3 / \varphi_2) + \sum_{i=w_1+1}^{w_2} \ln p(j_i / \varphi_2)] + [(\nu - w_2 - 1) \ln p(\varphi_3 / \varphi_3) + \ln p(\varphi_4 / \varphi_3) + \sum_{i=w_2+1}^{\nu} \ln p(j_i / \varphi_3)] \}$$

де кожна складова в квадратних дужках виражає вклад кожної з трьох фаз фонемі. Сегмент $X_{\mu\nu}$ чи $J_{\mu\nu}$ відноситься до тієї фонемі, для котрої досягається найбільше значення виразу правдоподібності.

Якщо ж сегмент $X_{\mu\nu}=(x_{\mu+1}, x_{\mu+2}, \dots, x_{\nu})$ або $J_{\mu\nu}=(j_{\mu+1}, j_{\mu+2}, \dots, j_{\nu})$ розглядати як реалізацію якоїсь усної команди, словосполучення чи фрази з фонетичною транскрипцією $\Psi_{0q}=(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q)$, то

логарифм правдоподібності цього сегмента за умови усної команди чи словосполучення Ψ_{0q} виразимо як суму логарифмів правдоподібностей за всіма s підсегментами, що відповідають окремим фонемам φ_s у послідовності Ψ_{0q} , причому кожен з цих логарифмів, в свою чергу, є сумою з трьох доданків відповідно до трьох фаз розвитку фонем:

$$G(J_{\mu\nu} / (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q); (\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: q) = \sum_{s=1}^q G(J_{\mu_{s-1}\mu_s} / (\varphi_s, w_{s1}, w_{s2})) = \sum_{s=1}^q \{ [(\mu_{s1} - \mu_{s-1} - 1) \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1) + \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} \ln p(j_i / \varphi_s 1)] + [(\mu_{s2} - w_{s1} - 1) \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2) + \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} \ln p(j_i / \varphi_s 2)] + [(\mu_s - w_{s2} - 1) \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3) + \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} \ln p(j_i / \varphi_s 3)] \}$$

де через

$$J_{\mu_{s-1}\mu_s} / (\varphi_s, w_{s1}, w_{s2}) = (J_{\mu_{s-1}w_{s1}}, J_{w_{s1}w_{s2}}, J_{w_{s2}\mu_s}) = (j_{\mu_{s-1}+1}, \dots, j_{w_{s1}}; j_{w_{s1}+1}, \dots, j_{w_{s2}}; j_{w_{s2}+1}, \dots, j_{\mu_s})$$

позначено можливий s -тий підсегмент для фонем φ_s з трьома його відповідними підпідсегментами, причому $\mu_0=\mu$, $\mu_{s-1}<\mu_s$, $\mu_q=\nu$. Оптимальне розбиття чи сегментація $((\mu_s^*, w_{s1}^*, w_{s2}^*), s = 1: q)$, яка

максимізує критерій правдоподібності, визначає інтегральну міру схожості сегмента $X_{\mu\nu}$ чи $J_{\mu\nu}$ на слово, словосполучення чи фразу з фонетичною транскрипцією

$$\Psi_{0q} : G(J_{\mu\nu} / \Psi_{0q}) = G(J_{\mu\nu} / (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q); (\mu_s^*, w_{s1}^*, w_{s2}^*), s = 1: q) = \max_{((\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: q)} G(J_{\mu\nu} / (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q); (\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: q)$$

Сегмент $X_{\mu\nu}$ чи $J_{\mu\nu}$ відноситиметься до тієї усної команди чи усталеного словосполучення, для котрої чи котрого досягатиметься абсолютно найбільше значення виразу правдоподібності.

Вся ж навчальна вибірка $X_{0l}=(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_l)$ чи $J_{0l}=(j_1, j_2, \dots, j_i, \dots, j_l)$, що відповідає стандартизованому тексту, складається з реалізацій окремо вимовлених слів, словосполучень та фраз, границі котрих - початок та кінець початкової та кінцевої фонем-пауз - у навчальній вибірці визначаються автоматично в процесі накопичення - введення -

реалізацій. $\Psi_{0q}=(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_q)$ - фонетична транскрипція всієї навчальної вибірки з Q реалізацій фонем.

Максимально правдоподібні оцінки ймовірностей

$P=\{p(\varphi_t/\varphi_t), p(j/\varphi_t), j=1:J, t=1:3, \varphi \in \Psi\}$, де Ψ - алфавіт фонем, обчислюються процесором 7 шляхом максимізації критерію правдоподібності для навчальної вибірки

$$G(J_{0Q} / \Psi_{0Q}; P; \{(\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: q\}) =$$

$$\sum_{s=1}^Q \{[(w_{s1} - \mu_{s-1} - 1) \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1) + \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} \ln p(j_i / \varphi_s 1)] +$$

$$[(w_{s2} - w_{s1} - 1) \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2) + \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} \ln p(j_i / \varphi_s 2)] +$$

$$[(\mu_s - w_{s2} - 1) \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3) + \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} \ln p(j_i / \varphi_s 3)]\}$$

Критерій правдоподібності можна переписати в дещо іншій еквівалентній формі, згрупувавши окремо всі реалізації однієї й тієї ж фонем:

$$G(J_{0Q} / \Psi_{0Q}; P; \{(\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: q\}) =$$

$$\sum_{\varphi \in \Psi} \sum_{s: \varphi_s = \varphi} \{[(w_{s1} - \mu_{s-1} - 1) \ln p(\varphi 1 / \varphi 1) + \ln p(\varphi 2 / \varphi 1) + \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} \ln p(j_i / \varphi 1)] +$$

$$[(w_{s2} - w_{s1} - 1) \ln p(\varphi 2 / \varphi 2) + \ln p(\varphi 3 / \varphi 2) + \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} \ln p(j_i / \varphi 2)] +$$

$$[(\mu_s - w_{s2} - 1) \ln p(\varphi 3 / \varphi 3) + \ln p(\varphi 4 / \varphi 3) + \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} \ln p(j_i / \varphi 3)]\}$$

З останнього запису випливає, що якщо відомі границі $\{(\mu_s, w_{s1}, w_{s2}), s = 1: Q\}$ сегментів всіх реалізацій всіх фонем із навчальної вибірки, то мак-

симально правдоподібні оцінки ймовірностей обчислюються як:

$$p(\varphi 1 / \varphi 1) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1} - \mu_{s-1} - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1} - \mu_{s-1})),$$

$$p(\varphi 2 / \varphi 1) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} 1) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1} - \mu_{s-1})),$$

$$p(\varphi 2 / \varphi 2) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2} - w_{s1} - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2} - w_{s1})),$$

$$p(\varphi 3 / \varphi 2) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} 1) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2} - w_{s1})),$$

$$p(\varphi 3 / \varphi 3) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s - w_{s2} - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s - w_{s2})),$$

$$p(\varphi 4 / \varphi 3) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} 1) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s - w_{s2})),$$

$$p(j / \varphi 1) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1} - \mu_{s-1})),$$

$$p(j / \varphi 2) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2} - w_{s1})),$$

$$p(j / \varphi 3) = (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s - w_{s2})), j = 1: J, \varphi \in \Psi$$

Ітераційний процес обчислення параметрів P починаємо з того, що на першому кроці нульової ітерації знаходимо початкову сегментацію всієї навчальної вибірки $\{(\mu_s^0, w_{s1}^0, w_{s2}^0), s = 1: Q\}$. Для цього виокремимо із навчальної вибірки сегменти, що відповідають окремо вимовленим словам, словосполученням чи фразам. Далі для кожного та-

ким чином виділеного сегмента $X_{0i} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_l)$, відповідно до його фонетичної транскрипції $\Psi_{0Q} = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s, \dots, \varphi_Q)$, виконаємо його оптимальне розбиття на q сегментів, виходячи із моделі однорідності сегментів та апелюючи до вже знайдених еталонних елементів - представників кластерів

$$(b_j, \sigma_j) = j = 1: J : \{(\mu_s^0, w_{s1}^0, w_{s2}^0), s = 1: q\} = \underset{\mu_s, w_{s1}, w_{s2}}{\operatorname{argmin}} \{ \min_{j=1:q} \sum_{i=1}^{\mu_1} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j)) +$$

$$\sum_{s=2}^{q-1} \{ \min_j \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j)) \} + [\min_j \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j))] +$$

$$[\min_j \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j))] \} + \min_j \sum_{i=\mu_{q-1}+1}^{w_q} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (B_i, b_j)) \}$$

Повторивши процедуру розбиття для всіх реалізацій слів та фраз, отримаємо початкову сегментацію $\{(\mu_s^0, w_{s1}^0, w_{s2}^0), s = 1: Q\}$ всієї навчальної вибірки.

Потім на другому кроці нульової ітерації за відомою сегментацією $\{(\mu_s^0, w_{s1}^0, w_{s2}^0), s = 1: Q\}$ навчальної вибірки знаходимо ймовірності $P^0 = \{p^0(\varphi_t / \varphi_t), p^0(\varphi_t / \varphi_t), j = 1: J, t = 1: 3, \varphi \in \Psi\}$.

Далі на першому кроці r -тої ітерації, $r=1, 2, \dots$ за параметрами моделей фонем $P^{(r)} = \{p^{(r)}(\varphi_t / \varphi_1), p^{(r)}(\varphi_2 / \varphi_1) = 1: J, t = 1: 3, \varphi \in \Psi\}$, знайденими на $(r-1)$ -шій ітерації, вибираємо нову сегментацію

$$\begin{aligned} & \{(\mu_s^Q, w_{s1}^Q, w_{s2}^Q), s = 1: Q\} = \\ & \arg \min_{\mu_s^Q, w_{s1}^Q, w_{s2}^Q, s=1:Q} \sum_{\varphi \in \Psi} \sum_{s: \varphi_s = \varphi} \{[(w_{s1} - \mu_{s-1} - 1) \ln p^{(r)}(\varphi_1 / \varphi_1) + \ln p^{(r)}(\varphi_2 / \varphi_1) \\ & \sum_{i=\mu_{s-1}+1}^{w_{s1}} \ln p^{(r)}(j_i / \varphi_2)] + \\ & [(w_{s2} - w_{s1} - 1) \ln p^{(r)}(\varphi_2 / \varphi_2) + \ln p^{(r)}(\varphi_3 / \varphi_2) + \sum_{i=w_{s1}+1}^{w_{s2}} \ln p^{(r)}(j_i / \varphi_2)] + \\ & [(\mu_s - w_{s2} - 1) \ln p^{(r)}(\varphi_3 / \varphi_3) + \ln p^{(r)}(\varphi_4 / \varphi_3) + \sum_{i=w_{s2}+1}^{\mu_s} \ln p^{(r)}(j_i / \varphi_3)]\} \end{aligned}$$

навчальної вибірки та на її основі - нові значення параметрів моделей фонем

$$\begin{aligned} P^Q &= \{p^Q(\varphi_t / \varphi_1), p^Q(\varphi_2 / \varphi_1) = 1: J, t = 1: 3, \varphi \in \Psi\}: \\ p^Q(\varphi_1 / \varphi_1) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1}^Q - \mu_{s-1}^Q - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1}^Q - \mu_{s-1}^Q)), \\ p^Q(\varphi_2 / \varphi_1) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2}^Q - w_{s1}^Q - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2}^Q - w_{s1}^Q)), \\ p^Q(\varphi_3 / \varphi_1) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s^Q - w_{s2}^Q - 1)) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s^Q - w_{s2}^Q)), \\ p^Q(\varphi_1 / \varphi_2) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=\mu_{s-1}^Q+1}^{w_{s1}^Q} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s1}^Q - \mu_{s-1}^Q)), \\ p^Q(\varphi_2 / \varphi_2) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=w_{s1}^Q+1}^{w_{s2}^Q} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (w_{s2}^Q - w_{s1}^Q)), \\ p^Q(\varphi_3 / \varphi_3) &= (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} \sum_{i=w_{s2}^Q+1}^{\mu_s^Q} j_i) / (\sum_{s: \varphi_s = \varphi} (\mu_s^Q - w_{s2}^Q)), j = 1: J, \varphi \in \Psi \end{aligned}$$

За скінчене число ітерацій досягнемо рівноваги, коли значення параметрів моделей фонем для двох сусідніх ітерацій збігатимуться. Отримані значення параметрів моделей фонем пересилаються у блок 8, де і зберігаються.

В разі заповнення блоків 7 та 8 еталонними елементами та значеннями параметрів моделей

фонем, відповідно, а блока 9 - робочим словником усних команд, чи стандартних фраз з їхніми фонетичними транскрипціями, пристрій стає готовим до автоматичного розпізнавання: на кожну усну фразу з номером k в блоці пам'яті 4а проміжних результатів робляться початкові установки

$$\begin{aligned} F_{0,2}^k(\varphi_0 3) &\leftarrow 0; (F_{0,1}^k(\varphi_s 1) \leftarrow -M, (F_{0,2}^k(\varphi_s 1) \leftarrow -M, \\ F_{0,1}^k(\varphi_s 2) &\leftarrow -M, F_{0,2}^k(\varphi_s 2) \leftarrow -M, F_{0,1}^k(\varphi_s 3) \leftarrow -M, F_{0,2}^k(\varphi_s 3) \leftarrow -M), s = 1: q^k, k = 1: K \end{aligned}$$

де $(-M)$ - велике від'ємне число, q^k - довжина транскрипції k -го слова, K - обсяг словника або фразника.

Контролер 5, як тільки отримує інформацію від аналізатора 1 про появу чергового спостереженого елемента B_1 , забезпечує пересилку його на векторний квантувач 10, де визначається номер еталонного елемента $j_i = \arg \min_{j=1:J} (\frac{M}{2} \ln \sigma_j^2 + (B_1, b_j))$, що є найбільш схожим на спотережуваний. Під управлінням контролера 5 з блока 9 зчитується ім'я першої фонемі φ_1 першої фрази. За цим іменем

фонемі та номером еталонного елемента j_1 з блока пам'яті 4а накопичуваних інтегральних мір схожості на обчислювач 4 інтегральних мір схожості зчитуються значення

$$\begin{aligned} & F_{0,2}^k(\varphi_0 3), F_{0,1}^k(\varphi_1 1), F_{0,2}^k(\varphi_1 1), \\ & F_{0,1}^k(\varphi_1 2), F_{0,2}^k(\varphi_1 2), F_{0,1}^k(\varphi_1 3), F_{0,2}^k(\varphi_1 3) \end{aligned}$$

Одночасно за номером еталонного елемента j_1 та ім'ям фонемі φ_1 в процесор 4 надходять логарифми ймовірностей

$$\begin{aligned} & \ln p(j_1 / \varphi_1), \ln p(\varphi_1 / \varphi_1), \ln p(\varphi_2 / \varphi_1), \\ & \ln p(j_1 / \varphi_2), \ln p(\varphi_2 / \varphi_2), \ln p(\varphi_3 / \varphi_2), \ln p(j_1 / \varphi_3), \ln p(\varphi_3 / \varphi_3), \ln p(\varphi_4 / \varphi_3) \end{aligned}$$

відповідно, та обчислюються нові значення інтегральних мір схожості на фразу з номером k :

$$\begin{aligned}
F_{1,1}^k \Phi_1^1 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_0^3, F_{0,1}^k(\varphi_1 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 1) + \ln p(\varphi_1 1 / \varphi_1 1), \\
F_{1,2}^k \Phi_1^1 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_0^3, F_{0,1}^k(\varphi_1 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 1) + \ln p(\varphi_1 2 / \varphi_1 1), \\
F_{1,1}^k \Phi_1^2 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_1^1, F_{0,1}^k(\varphi_1 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 2) + \ln p(\varphi_1 2 / \varphi_1 2), \\
F_{1,2}^k \Phi_1^2 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_1^1, F_{0,1}^k(\varphi_1 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 2) + \ln p(\varphi_1 3 / \varphi_1 2), \\
F_{1,1}^k \Phi_1^3 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_1^2, F_{0,1}^k(\varphi_1 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 3) + \ln p(\varphi_1 3 / \varphi_1 3), \\
F_{1,2}^k \Phi_1^3 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_1^2, F_{0,1}^k(\varphi_1 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_1 3) + \ln p(\varphi_1 4 / \varphi_1 3),
\end{aligned}$$

Далі за тим же номером еталонного елемента j_1 послідовно для всіх решти фонем $s=2:q^k$ фрази k діємо аналогічно. За іменем фонем φ_s з блока пам'яті 4а накопичуваних інтегральних мір схожості на обчислювач 4 інтегральних мір схожості зчитуються значення

$$\begin{aligned}
&F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^2, \\
&F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^2, F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^3, F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^3
\end{aligned}$$

Одночасно за номером еталонного елемента j_1 , та ім'ям фонем φ_s в процесор 4 надходять логарифми ймовірностей

$$\begin{aligned}
&\ln p(j_1 / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
&\ln p(j_1 / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \ln p(j_1 / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3)
\end{aligned}$$

відповідно, та обчислюються нові значення інтегральних мір схожості на фразу з номером k :

$$\begin{aligned}
F_{1,1}^k \Phi_s^1 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-2}^3, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \\
F_{1,2}^k \Phi_s^1 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-2}^3, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
F_{1,1}^k \Phi_s^2 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \\
F_{1,2}^k \Phi_s^2 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \\
F_{1,1}^k \Phi_s^3 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^2, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \\
F_{1,2}^k \Phi_s^3 &= \max(F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^2, F_{0,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3),
\end{aligned}$$

Далі значення регістра 44а пересилаємо в регістр 41, з тим обчислені вище значення інтегральних мір схожості

$$\begin{aligned}
&F_{1,1}^k \Phi_s^1, F_{1,2}^k \Phi_s^1, F_{1,1}^k \Phi_s^2, \\
&F_{1,2}^k \Phi_s^2, F_{1,1}^k \Phi_s^3, F_{1,2}^k \Phi_s^3
\end{aligned}$$

пересилаємо на зберігання в блок пам'яті 4а за адресами значень

$$\begin{aligned}
&F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^1, F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^2, \\
&F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^2, F_{0,1}^k \Phi_{s-1}^3, F_{0,2}^k \Phi_{s-1}^3
\end{aligned}$$

відповідно.

Після закінчення оброблення фрази k за адресою $F_{0,2}^k \Phi_0^3$ пересилаємо $(-M)$, а всі обчислені нові значення інтегральних мір схожості

$$\begin{aligned}
&\ln p(j_i / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
&\ln p(j_i / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \ln p(j_i / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3)
\end{aligned}$$

з більшою із двох інтегральних мір схожості, накопичених для попереднього спостереженого елемента j_{i-1} на другому виході з третього стану попередньої фонем $\varphi_{s-1} 3$ та на першому виході з першого стану поточної фонем $\varphi_s 1$, на другому

$$\begin{aligned}
&F_{1,1}^k \Phi_s^1, F_{1,2}^k \Phi_s^1 = 1:3 \text{ переписуємо на місце старих } F_{0,1}^k \Phi_s^1, F_{0,2}^k \Phi_s^1 = 1:3.
\end{aligned}$$

Далі процес повторюємо в циклі по $k=2K$.

Далі процес повторюється в циклі по $i=2:l$.

При порівнянні спостережуваного сигналу $X_{0i}=(x_1, x_2, \dots, x_i)$, відповідно $J_{0i}=(j_1, j_2, \dots, j_i)$, з фонетичними транскрипціями слів, усталених словосполучень чи фраз інтегральні міри схожості $F_{1,1}^k \Phi_s^1, F_{1,2}^k \Phi_s^1, F_{1,1}^k \Phi_s^2, F_{1,2}^k \Phi_s^2, F_{1,1}^k \Phi_s^3, F_{1,2}^k \Phi_s^3$,

що визначаються для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонем $\varphi_s 2$ й на другому виході з другого стану поточної фонем $\varphi_s 2$ та на першому виході з третього стану поточної фонем $\varphi_s 3$, відповідно:

виході з першого стану поточної фонем $\varphi_s 1$ та на першому виході з другого стану поточної фонем $\varphi_s 2$ й на другому виході з другого стану поточної фонем $\varphi_s 2$ та на першому виході з третього стану поточної фонем $\varphi_s 3$, відповідно:

$$\begin{aligned}
F_{i,1}^k \Phi_s 1 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-2} 3, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 1 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-2} 3, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
F_{i,1}^k \Phi_s 2 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 1, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 2 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 1, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \\
F_{i,1}^k \Phi_s 3 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 2, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 3 &\rhd \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 2, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3).
\end{aligned}$$

Значення інтегральної міри схожості $F_{i,2}^k \Phi_s 3$, накопичене після оброблення останнього спостереженого елемента на другому виході із третього стану останньої фонемі q^k , яка визначається фонетичною транскрипцією слова, словосполучення або фрази, визначає схожість пред'явленого мовленнєвого сигналу на це слово, словосполучення або фразу.

Пред'явлений мовленнєвий сигнал контролером 5 відноситься до тієї фрази із вибраного фразника, для котрої накопичена схожість є абсолютною найбільшою.

У випадку, коли задано робочий словник слів, а фрази укладаються зі слів цього словника за певними правилами, відповідь розпізнавання усних фраз потрібно шукати тільки серед допустимих в мові діалогу фраз.

Якщо у словнику всього K слів, то у випадку вільного порядку слідування слів кількість допустимих фраз, що складаються не більш як з 10 слів, буде дорівнювати $\sum_{n=1}^{10} K^n$.

Граф породження всіх можливих еталонних мовленнєвих сигналів для цього випадку подано на рис. 6. Граф нагадує квітку, у центрі якої маємо головний стан $s=0$. Графи окремих слів $k=1:K$ мо-

делюються пелюстками - ланцюгами послідовно з'єднаних станів, по три стани на кожну фонему, відповідно до фонетичної транскрипції слова. Причому граф кожного слова має початкову та кінцеву фонему-паузи.

Стартуючи зі стану $s_{поч.}$, за 0 тактів переходимо в головний стан $s=0$, а звідти, також за 0 тактів, переходимо на генерацію еталонних мовленнєвих сигналів того чи того слова. Через другий вихід останньої фонемі транскрипції слова за 0 тактів виходимо знову в стан $s=0$ та знову маємо можливість вільного вибору породження наступного слова.

Щоб відповісти на питання, яка послідовність сліз передається поданою для аналізу послідовністю спостережених елементів $X_0=(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_i)$, чи $J_0=(j_1, j_2, \dots, j_i, \dots, j_i)$, треба знайти для цієї послідовності найбільш правдоподібну траєкторію на графі злитого мовлення та вказати, через які пелюстки та в якій послідовності пелюсток вона проводить.

З цією метою спочатку зробимо такі початкові установки для моменту часу $i=0$: для головного стану $s=0$ покладемо $F_0(0)=0$, $v_0(0)=0$, а для всіх станів всіх слів відповідно

$$\begin{aligned}
F_{0,2}^k \Phi_0 3 &\rhd F_0(0), v_{0,2}^k \Phi_0 3 \rhd v_0(0); \\
(F_{0,1}^k \Phi_s 1 &\rhd -M, F_{0,2}^k \Phi_s 1 \rhd -M, \\
F_{0,1}^k \Phi_s 2 &\rhd -M, F_{0,2}^k \Phi_s 2 \rhd -M, F_{0,1}^k \Phi_s 3 \rhd -M, F_{0,2}^k \Phi_s 3 \rhd -M), s=1:q^k, k=1:K
\end{aligned}$$

Далі в циклі по $i=1:I$, з появою чергового спостережуваного елемента x_i або j_i , тобто при порівнянні спостережуваного сигналу $X_0=(x_1, x_2, \dots, x_i)$, відповідно $J_0=(j_1, j_2, \dots, j_i)$, з фонетичними транскрипціями всіх фраз, що можуть закінчуватись словом k , $s=1:q^k$, $k=1:K$, інтегральні міри схожості $F_{i,1}^k \Phi_s 1, F_{i,2}^k \Phi_s 1, F_{i,1}^k \Phi_s 2, F_{i,2}^k \Phi_s 2, F_{i,1}^k \Phi_s 3, F_{i,2}^k \Phi_s 3$,

$$\begin{aligned}
&\ln p(j_i / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
&\ln p(j_i / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \ln p(j_i / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3)
\end{aligned}$$

з більшою із двох інтегральних мір схожості, накопичених для попереднього спостереженого елемента j_{i-1} на другому виході з третього стану попередньої фонемі та на першому виході з першого стану поточної фонемі на другому виході з

що визначаються для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонемі їх транскрипцій, знаходять як суми значень відповідних елементарних мір схожості, обчислених для поточного спостереженого елемента j_i , для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонемі:

першого стану поточної фонемі та на першому виході з другого стану поточної фонемі й на другому виході з другого стану поточної фонемі та на першому виході з третього стану поточної фонемі, відповідно:

$$\begin{aligned}
F_{i,1}^k \Phi_s 1 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-2} 3, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 1 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-2} 3, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\
F_{i,1}^k \Phi_s 2 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 1, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 2 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 1, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \\
F_{i,1}^k \Phi_s 3 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 2, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \\
F_{i,2}^k \Phi_s 3 &\supseteq \max(F_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 2, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_1 / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3),
\end{aligned}$$

причому кожна із величин $F_{i,1}^k \Phi_s 1, F_{i,2}^k \Phi_s 1, F_{i,1}^k \Phi_s 2, F_{i,2}^k \Phi_s 2, F_{i,1}^k \Phi_s 3, F_{i,2}^k \Phi_s 3$, супроводжується потенційно-оптимальним початком k-го слова $v_{i,1}^k \Phi_s 1, v_{i,2}^k \Phi_s 1, v_{i,1}^k \Phi_s 2, v_{i,2}^k \Phi_s 2, v_{i,1}^k \Phi_s 3, v_{i,2}^k \Phi_s 3$, що дорівнюють потенційно-оптимальним початкам k-го слова $v_{i-1,2}^k \Phi_{s-2} 3$ чи $v_{i-1,1}^k \Phi_{s-1} 1, v_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 1$,

чи $v_{i-1,1}^k \Phi_{s-1} 2, v_{i-1,2}^k \Phi_{s-1} 2$ чи $v_{i-1,1}^k \Phi_{s-1} 3$, відповідно, в залежності від того, який член, перший чи другий є більшим у виразах для $F_{i,1}^k \Phi_s 1, F_{i,2}^k \Phi_s 1, F_{i,1}^k \Phi_s 2, F_{i,2}^k \Phi_s 2, F_{i,1}^k \Phi_s 3, F_{i,2}^k \Phi_s 3$.
Оброблення i-го елемента x_i або j_i завершуємо обчисленням

$$F_i(0) = \max_{k=1:K} F_{i,2}^k(\varphi_q^k 3), k_i(0) = \arg \max_{k=1:K} F_{i,2}^k(\varphi_q^k 3), v_i(0) = v_{i,2}^{k_i(0)}(\varphi_q^k 3),$$

тобто виявляємо, з якою найбільшою інтегральною мірою схожості, яке слово та коли воно могло початись, закінчуючись в момент i. Щоб підготуватись до прийняття та оброблення чергового спостережуваного елемента x_{i+1} або j_{i+1} , робимо пересилання $F_{i,2}^k \Phi_0 3 \supseteq F_i(0), v_{0,2}^k \Phi_0 3 \supseteq v_i(0), k=1:K$ та переходимо до наступного циклу рекурентних обчислень.

Після їх завершення формуємо відповідь розпізнавання за масивом $(F_i(0), v_i(0), k_i(0)), i=1:1$.

Значення $F_i(0)$ визначає найбільшу інтегральну міру схожості, а відповідь розпізнавання у вигляді послідовності слів, що передана мовленнєвим сигналом $X_0=(x_1, x_2, \dots, x_i)$, або $J_0=(j_1, j_2, \dots, j_i)$, формуємо за таким алгоритмом виписування: $k_1^* = k_i(0)$ буде першим з кінця словом, що почалося в момент $v_1^* = v_i(0), k_2^* = k_{v_1^*}(0)$ буде другим з кінця словом, що почалося в момент $v_2^* = v_{v_1^*}(0), k_3^* = k_{v_2^*}(0)$ буде третім з кінця словом, що почалося в момент $v_3^* = v_{v_2^*}(0)$. І так далі. Виписування завершуємо при досягненні $v^* = 0$.

У випадку, коли задано робочий словник словформ, відомий підсловник $V_{\text{поч.}}$, словами якого розпочинаються допустимі фрази, підсловники V_k ,

що містять слова, які можуть слідувати за словом k, та підсловник $V_{\text{кінц.}}$, словами котрого закінчуються допустимі фрази, структура допустимих фраз стає більш складною.

Граф породження всіх можливих еталонних мовленнєвих сигналів для цього випадку подано на рис. 7. Тепер заводимо багато головних станів $(k, 0), k=1:K$. Ці головні стани розташуємо на вході до слова k.

Стартуючи зі стану $s_{\text{поч.}}$, за 0 тактів переходимо із головний стан $(k, 0), k \in V_{\text{поч.}}$, а звідти, також за 0 тактів, переходимо на генерацію еталонних мовленнєвих сигналів початкових слів.

Щоб відповісти на питання, яка послідовність слів передається поданою для аналізу послідовністю спостережених елементів $X_0=(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_i)$, відповідно $J_0=(j_1, j_2, \dots, j_i, \dots, j_i)$, треба знайти для цієї послідовності найбільш правдоподібну траєкторію із $s_{\text{поч.}}$ в $s_{\text{кінц.}}$ на графі злитого мовлення рис. 7 та вказати, через які слова та в якій послідовності слів вона проходить.

З цією метою спочатку зробимо такі початкові установки для моменту часу $i=0$: для головного стану $(k, 0), k \in V_{\text{поч.}}$, покладемо $F_0(k, 0)=0, v_0(k, 0)=0$, а для всіх головних станів решти слів та всіх внутрішніх станів слів відповідно

$$\begin{aligned}
F_{0,2}^k \Phi_0 3 &\supseteq F_0(k, 0), v_{0,2}^k \Phi_0 3 \supseteq v_0(k, 0); (F_{0,1}^k \Phi_s 1 \supseteq -M, F_{0,2}^k \Phi_s 1 \supseteq -M, \\
F_{0,1}^k \Phi_s 2 &\supseteq -M, F_{0,2}^k \Phi_s 2 \supseteq -M, F_{0,1}^k \Phi_s 3 \supseteq -M, F_{0,2}^k \Phi_s 3 \supseteq -M), s=1:q^k, k=1:K
\end{aligned}$$

Далі в циклі по $i=1:1$, з появою чергового спостережуваного елемента x_i або j_i , тобто при порівнянні спостережуваного сигналу $X_0=(x_1, x_2, \dots, x_i)$, відповідно $J_0=(j_1, j_2, \dots, j_i)$, з фонетичними фанскрипціями всіх допустимих фраз, що можуть закінчуватись словом k, $s=1:q^k, k=1:K$, інтегральні міри схожості

$F_{i,1}^k \Phi_s 1, F_{i,2}^k \Phi_s 1, F_{i,1}^k \Phi_s 2, F_{i,2}^k \Phi_s 2, F_{i,1}^k \Phi_s 3, F_{i,2}^k \Phi_s 3$, що визначаються для кожного із двох виходів із першого, другого чи третього станів поточної фонетики їх транскрипцій, знаходять як суми значень відповідних елементарних мір схожості, обчислених для поточного спостереженого елемента j_i ,

для кожного із двох виходів із першого, другого чи

третього станів поточної фонемі:

$$\begin{aligned} & \ln p(j_i / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\ & \ln p(j_i / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \ln p(j_i / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3) \end{aligned}$$

з більшою із двох інтегральних мір схожості, накопичених для попереднього спостереженого елемента j_{i-1} на другому виході з третього стану попередньої фонемі та на першому виході з першого стану поточної фонемі на другому виході з

першого стану поточної фонемі та на першому виході з другого стану поточної фонемі й на другому виході з другого стану поточної фонемі та на першому виході з третього стану поточної фонемі, відповідно:

$$\begin{aligned} F_{i,1}^k \langle \varphi_s 1 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-2} 3 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_i / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 1 / \varphi_s 1), \\ F_{i,2}^k \langle \varphi_s 1 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-2} 3 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 1)) + \ln p(j_i / \varphi_s 1) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 1), \\ F_{i,1}^k \langle \varphi_s 2 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 1 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_i / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 2 / \varphi_s 2), \\ F_{i,2}^k \langle \varphi_s 2 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 1 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 2)) + \ln p(j_i / \varphi_s 2) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 2), \\ F_{i,1}^k \langle \varphi_s 3 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 2 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_i / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 3 / \varphi_s 3), \\ F_{i,2}^k \langle \varphi_s 3 \rangle &= \max(F_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 2 \rangle, F_{i-1,1}^k(\varphi_{s-1} 3)) + \ln p(j_i / \varphi_s 3) + \ln p(\varphi_s 4 / \varphi_s 3), \end{aligned}$$

причому кожна із величин $F_{i,1}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, F_{i,1}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, F_{i,1}^k \langle \varphi_s 3 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 3 \rangle$, супроводжується потенційно-оптимальним початком к-го слова $v_{i,1}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, v_{i,2}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, v_{i,1}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, v_{i,2}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, v_{i,1}^k \langle \varphi_s 3 \rangle, v_{i,2}^k \langle \varphi_s 3 \rangle$, що дорівнюють потенційно-оптимальним початкам к-го слова $v_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-2} 3 \rangle$ чи $v_{i-1,1}^k \langle \varphi_{s-1} 1 \rangle, v_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 1 \rangle$

чи $v_{i-1,1}^k \langle \varphi_{s-1} 2 \rangle, v_{i-1,2}^k \langle \varphi_{s-1} 2 \rangle$ чи $v_{i-1,1}^k \langle \varphi_{s-1} 3 \rangle$, відповідно, в залежності від того який член, перший чи другий є більшим у виразах для $F_{i,1}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 1 \rangle, F_{i,1}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 2 \rangle, F_{i,1}^k \langle \varphi_s 3 \rangle, F_{i,2}^k \langle \varphi_s 3 \rangle$.

Оброблення і-го елемента x_i або j_i завершуємо обчисленням

$$F_i(k,0) = \max_{k \in V_k} F_{i,2}^k(\varphi_{q^k} 3), k_i(k,0) = \arg \max_{k \in V} F_{i,2}^k(\varphi_{q^k} 3), v_i(0) = v_{i,2}^{k_i(k,0)}(\varphi_{q^k} 3),$$

тобто виявляємо, з якою найбільшою інтегральною мірою схожості, яке слово та коли воно мо-

гло початись, закінчуючись в момент і. Одночасно для кінцевого стану $s_{\text{кінц.}}$ підраховуємо

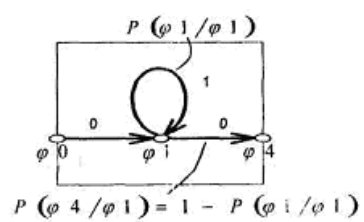
$$F_i(s_{\text{кінц.}}) = \max_{k \in V_{\text{кінц.}}} F_{i,2}^k(\varphi_{q^k} 3), k_i(s_{\text{кінц.}}) = \arg \max_{k \in V_{\text{кінц.}}} F_{i,2}^k(\varphi_{q^k} 3), v_i(s_{\text{кінц.}}) = v_{i,2}^{k_i(k,0)}(\varphi_{q^k} 3),$$

тобто виявляємо, яке слово може завершити допустиму фразу в момент і. Щоб підготуватись до прийняття та оброблення чергового спостережуваного елемента x_{i+1} або j_{i+1} , робимо пересилання $F_{i,2}^k \langle \varphi_0 3 \rangle = F_i(0), v_{0,2}^k \langle \varphi_0 3 \rangle = v_i(0), k = 1:K$ та переходимо до наступного циклу рекурентних обчислень.

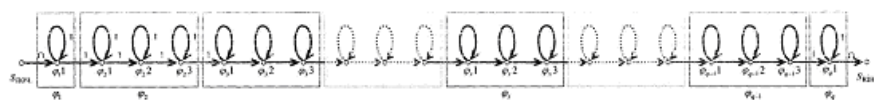
Після їх завершення формуємо відповідь розпізнавання за масивом $(F_i(k,0), v_i(k,0), k_i(k,0)), F_i(s_{\text{кінц.}}), k_i(s_{\text{кінц.}}), v_i(s_{\text{кінц.}}), i = 1:1, k = 1:K$.

Значення $F_i(s_{\text{кінц.}})$ визначає найбільшу інтегральну міру схожості, а відповідь розпізнавання у вигляді послідовності слів, що передана мовлен-

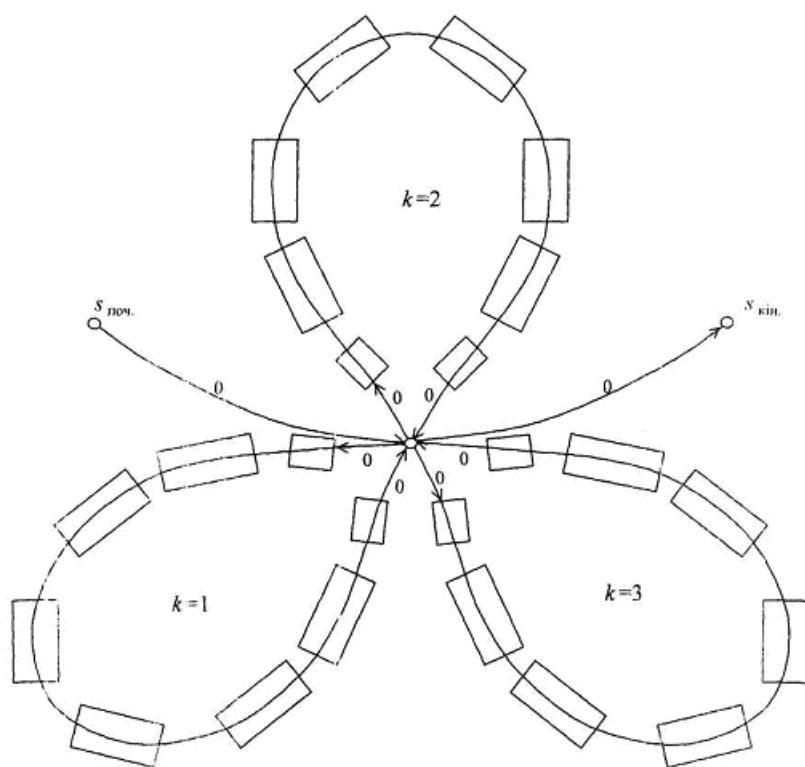
нєвим сигналом $X_{0i}=(x_1, x_2, \dots, x_i)$, або $J_{0i}=(j_1, j_2, \dots, j_i)$, формуємо за таким алгоритмом виписування: $k_1^* = k_i(s_{\text{кінц.}})$ буде першим з кінця словом, що почалося в момент $v_1^* = v_i(s_{\text{кінц.}}), k_2^* = k_{v_1}(k_1^*, 0)$ буде другим з кінця словом, що почалося в момент $v_2^* = v_{v_1}(k_1^*, 0), k_3^* = k_{v_2}(k_2^*, 0)$ буде третім з кінця словом, що почалося в момент $v_3^* = v_{v_2}(k_2^*, 0)$. І так далі. Виписування завершуємо при досягненні $v^* = 0$.



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

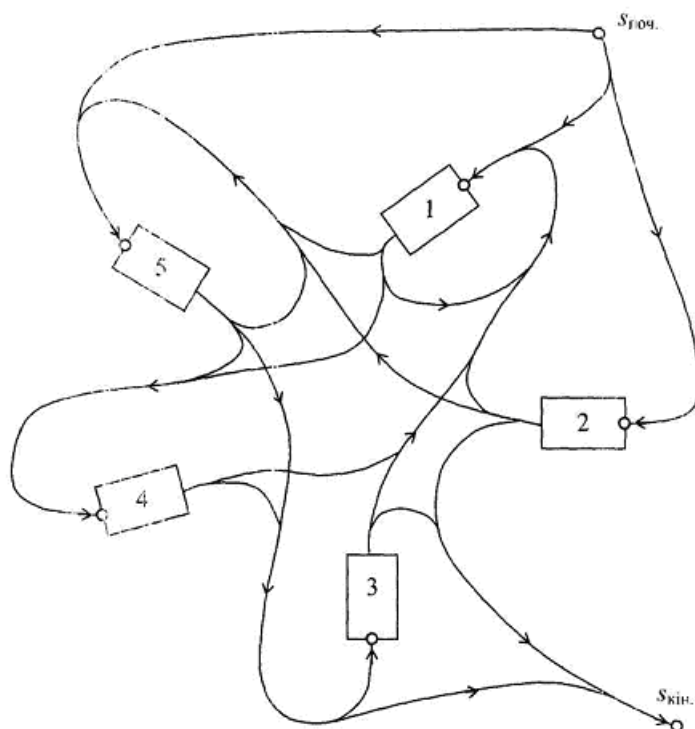


Fig. 7