

**УКРАЇНА**

(19) **UA** (11) **74127** (13) **U**
(51) МПК (2012.01)
G01B 1/00
G01B 3/00
G01B 11/00
G01B 17/00

**ДЕРЖАВНА СЛУЖБА
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІ
УКРАЇНИ**

(12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

(21) Номер заявки: u 2011 13821	(72) Винахідник(и): Устянич Євген Петрович (UA)
(22) Дата подання заявки: 24.11.2011	(73) Власник(и): Устянич Євген Петрович,
(24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: 25.10.2012	вул. С. Крушельницької, 21, кв. 7, м. Львів,
(46) Публікація відомостей про видачу патенту: 25.10.2012, Бюл.№ 20	79000 (UA)

(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ КРАЇВ ЕЛІПТИЧНИХ ВИРОБІВ, ОТВОРІВ, ЛІНІЙ, У ТОМУ ЧИСЛІ ЕЛІПТИЧНИХ ОРБІТ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ І НЕБЕСНИХ ТІЛ**(57) Реферат:**

Спосіб визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, включає замірювання контактним чи безконтактним способом будь-яким відомим технічним засобом великої $2a$ і малої $2b$ осей (півосей) еліпса. На основі цих даних визначають довжину L в усьому діапазоні зміни коефіцієнта стиску, тобто співвідношення осей (півосей) еліпса $\frac{b}{a}$ від одиниці до нуля, за формулою Устянича Є.П., яка має загальний вигляд:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^k \right], \text{ де}$$

$$0 \leq \frac{b}{a} \leq 1,$$

$$1 \leq k < 144.$$

UA 74127 U

Корисна модель стосується у більшості випадків виготовлення виробів еліптичної форми, краї яких переважно окантовують (облямовують). Такі вироби зустрічаються в архітектурних елементах, формі мистецьких творів, вікнах будівель, храмів, ілюмінаторах деяких транспортних засобів і інших об'єктах. Еліптичну форму часто надають дзеркалам, елементам одягу, зокрема форменого одягу, коробкам кондитерських, парфумерних та інших виробів, по еліптичних орбітах рухаються планети сонячної системи, у тому числі космічні апарати.

Відомі способи визначення довжини еліпса при виготовленні найрізноманітніших виробів (отворів) еліптичної форми шляхом замірювання довжини охоплення за допомогою гнучкої стрічки з поділками (рулетки) або шляхом замірювання великої і малої осей еліпса і розрахунку за наближеними рівняннями з використанням повного еліптичного інтегралу 2-го роду і відповідних підстановок, а також наближених формул [1, 2]. Рівняння довжини еліпса згідно з [1] записується так:

$$\ell = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt.$$

Однак, як відмічає автор [1], інтеграл цей не може бути обчислений в кінцевому вигляді; для нього можна вказати лише спосіб наближеного обчислення.

У книзі [2], у розділі аналітична геометрія на площині, приводяться декілька рівнянь для визначення довжини еліпса, однак розрахунок за цими рівняннями не однозначний і не дає точного результату:

$$L = 4aE(e) = 2\pi a \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{e^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{e^6}{5} - \dots \right],$$

де $E(e) = E(e, \pi/2)$ - повний еліптичний інтеграл 2-го роду.

Якщо покласти $\frac{a-b}{a+b} = \lambda$, то

$$L = \pi(a+b) \left[1 + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^4}{64} + \frac{\lambda^6}{256} + \frac{25\lambda^8}{16384} + \dots \right].$$

Наближені формули для визначення довжини еліпса [2]:

$$L \approx \pi[1,5(a+b) - \sqrt{ab}]$$

$$L \approx \pi(a+b) \frac{64 - 3\lambda^4}{64 - 16\lambda^2}.$$

Такий спосіб визначення довжини еліпса у виробах еліптичної форми достатньо трудомісткий, вимагає спеціальної кваліфікації для обчислень і не дає точних результатів.

В основу корисної моделі поставлено задачу удосконалити виготовлення виробів, які мають еліптичну форму або які включають еліптичні елементи, довжину яких необхідно визначати інструментально або розраховувати за характерними лінійними параметрами, наприклад довжинами осей (півосей) еліпса чи коефіцієнтом стиску еліпса і однією із його осей (півосей), а також спрощення розрахунку з наперед заданою точністю довжини шляху чи орбіт еліптичної форми, по яких рухаються матеріальні об'єкти.

Суть корисної моделі полягає в наступному.

Визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, що включає замірювання контактним чи безконтактним способом будь-яким відомим технічним засобом великої $2a$ і малої $2b$ осей (півосей) еліпса або задавання цих осей (півосей) числовими значеннями, або задавання числового значення співвідношення цих осей і довжину однієї із цих осей, чи задавання інших параметрів еліпса за допомогою яких можна визначити відомими способами довжину осей еліпса і на основі цих даних визначають довжину L за допомогою відомих формул для розрахунку довжини еліпса, згідно з корисною моделлю, визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі, еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл в усьому діапазоні зміни коефіцієнта стиску, тобто співвідношення осей (півосей) еліпса $\frac{b}{a}$ від одиниці до нуля, здійснюють за формулою Устянича Є.П. [3], яка має загальний вигляд:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^k \right], \text{ де (1)}$$

$$0 \leq \frac{b}{a} \leq 1, \\ 1 \leq k < 1,44.$$

Для наближеного визначення (з надлишком) довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, показник степеня k у формулі (1) можна прийняти рівним: $k=1$.

Для високоточного визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, показник степеня k у формулі (1) становить: $k=1,43535$.

Приклад 1.

Визначити довжину L еластичної стрічки для ущільнення плоского скла ілюмінатора еліптичної форми, відношення півосей якого $\frac{b}{a} = \lambda$ чисельно рівне пропорції золотого поділу:

$$\lambda = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \lambda_0 = 0,618033989 \text{ (з точністю до дев'ятого знака після коми), велика вісь плоского скла } 2a=300 \text{ мм, ширина } \delta \text{ щілини (зазору) між краєм отвору в корпусі і краєм скла становить } 2 \text{ мм.}$$

Виходячи з умови задачі, довжину L еластичної стрічки для ущільнення скла ілюмінатора доцільно визначити з надлишком, тому при розрахунку показник степеня у формулі (1) приймаємо рівним $k=1$.

Якщо довжину еластичної стрічки L визначати за довжиною кромки скла, то згідно з (1) одержимо:

$$L = \pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{b}{a} \right)^{k-1} \right] = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + (1 - 0,636619772) \cdot 0,618033989 \right] = 811,663 \text{ мм.}$$

Якщо довжину стрічки визначати за довжиною середньої лінії щілини L_1 (зазору), то співвідношення осей еліпса λ_1 зміниться за рахунок ширини щілини. Визначивши попередньо довжину малої півосі $b = a \cdot \lambda_0 = 150 \cdot 0,618033989 = 92,70509831$ і нове значення співвідношення $\lambda_1 = \frac{b+1}{a+1} = 0,620563565$, одержимо:

$$L_1 = 2\pi(a+1) \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot \frac{b+1}{a+1} \right] = 817,946 \text{ мм} \approx 818 \text{ мм}.$$

Аналогічно визначаємо довжину ущільнювальної стрічки за довжиною кромки отвору L_2 :

$$L_2 = 2\pi(a+2) \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot \frac{b+2}{a+2} \right] = 824,229 \text{ мм} \approx 824 \text{ мм}.$$

Враховуючи властивості і профіль поперечного перерізу ущільнювальної стрічки і технологію встановлення, технолог вибирає оптимальну її довжину з інтервалу довжин, встановлених розрахунком, а при потребі надлишок відділяє.

Приклад 2.

Визначити довжину L периметра коробки еліптичної форми (з продукцією Львівської кондитерської фірми "Світоч") для облямування (внакладку) краю коробки декоративною стрічкою, якщо відношення півосей еліпса коробки $\frac{b}{a} = 0,5$, довжина малої осі $2b=100$ мм.

Оскільки облямівка кріпиться внакладку, то розрахунок довжини L облямівки за формулою (1) здійснюємо з надлишком, тобто при значенні показника степеня $k=1$.

$$\text{Визначаємо довжину великої осі еліпса (коробки) } 2a = \frac{2b}{0,5} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ мм.}$$

За формулою (1) визначаємо довжину облямівки:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot 0,5 \right] = 514,159 \text{ мм} \approx 514 \text{ мм}.$$

Приклад 3.

Визначити довжину шляху-орбіти, по якій подорожує космічний корабель, який здійснює один повний обліт Сонця по еліптичній орбіті, ексцентриситет якої $e=0,0167$, мінімальне наближення корабля до Сонця (перигелії) становить 147,1 млн. км, максимальне віддалення від Сонця (афелії) - 152,1 млн. км.

Виходячи з властивостей еліпса і знаючи ексцентриситет орбіти $e=0,0167$, визначаємо відстань від центра орбіти (еліпса) до одного із фокусів, у якому знаходиться центр Сонця, тобто визначаємо половину міжфокусної віддалі c за рівнянням:

$$e = \frac{c}{a}.$$

5 Середня довжина великої півосі орбіти a становить:

$$a = \frac{147,1 + 152,1}{2} = 149,6 \text{ млн. км};$$

$$c = e \cdot a = 0,0167 \cdot 149,6 = 2,49832 \text{ млн. км.}$$

За рівнянням $b^2 = a^2 - c^2$ визначаємо числове значення малої півосі орбіти:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(149,6)^2 - (2,49832)^2} = 149,5791376 \text{ млн. км.}$$

10 Знаючи півосі орбіти (еліпса), визначаємо коефіцієнт стиску λ :

$$\lambda = \frac{b}{a} = \frac{149,5791376}{149,6} = 0,999860545$$

Як бачимо, коефіцієнт стиску орбіти наближається з великою точністю до одиниці. Це означає, що орбіта космічного корабля мало відрізняється від колової орбіти.

15 Довжину орбіти L космічного корабля визначаємо з високою точністю, тому показник степеня у формулі (1) приймаємо: $k=1,43535$.

Підставивши значення величин, одержимо:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{b}{a} \right)^{1,43535} \right] = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) 0,999799839 \right] = 939,8961542 \text{ млн. км.}$$

Для порівняння розраховуємо орбіту наближено (з надлишком), тому показник степеня у формулі (1) приймаємо рівний: $k=1$.

$$20 \quad L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{b}{a} \right) \right] = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) 0,999860545 \right] = 939,9168889 \text{ млн. км.}$$

За формулою (1) визначаємо для порівняння довжину колової орбіти при співвідношенні

осей $\frac{b}{a} = 1$ незалежно від числового значення показника степеня k .

Підставивши значення у формулу (1), одержимо:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{b}{a} \right) \right] = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot 1^k \right] = 2\pi a = 939,964522 \text{ млн. км.}$$

25 Розрахунок підтвердив близькість орбіти космічного корабля до колової.

Джерела інформації:

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики. - Т. 1. - Москва: Наука, 1974. - С. 251-252.

2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике / Пер. с нем. - Москва: Наука, 1981. - С. 240-241.

30 3. Устьянич С.П. Золотий логарифм і його застосування. Еліпс і рівняння його довжини. - Львів: Каменяр, 2011. - 69 с: іл., табл. - (Математичні новинки).

ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

35 1. Спосіб визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, що включає замірювання контактним чи безконтактним способом будь-яким відомим технічним засобом великої $2a$ і малої $2b$ осей (півосей) еліпса і на основі цих даних визначають довжину L за допомогою відомих формул для розрахунку довжини еліпса, який **відрізняється** тим, що визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів,
40 ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл в усьому діапазоні зміни коефіцієнта стиску, тобто співвідношення осей (півосей) еліпса $\frac{b}{a}$ від одиниці до нуля, визначають за формулою Устьянича Є.П., яка має загальний вигляд:

$$L = 2\pi a \left[\frac{2}{\pi} + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^k \right], \quad (1)$$

45 де

$$0 \leq \frac{b}{a} \leq 1,$$

$$1 \leq k < 1,44.$$

2. Спосіб за п. 1, який **відрізняється** тим, що для наближеного визначення (з надлишком)
 5 довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних тіл, показник степеня k у формулі (1) можна прийняти рівним: $k=1$.
3. Спосіб за п. 1, який **відрізняється** тим, що для високоточного визначення довжини L країв еліптичних виробів, отворів, ліній, у тому числі еліптичних орбіт космічних апаратів і небесних
 10 тіл, показник степеня k у формулі (1) становить: $k=1,43535$.

Комп'ютерна верстка Г. Паяльніков

Державна служба інтелектуальної власності України, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСП, 03680, Україна

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601